МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ:
Первый проректор-проректор по учебной работе
_____ / Д.Е. Овчинников
"_____" _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.02.01 «Математика»

Код и направление подготовки (специальность)	15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
Направленность (профиль)	Цифровые и сервисные технологии в станкостроении и металлообработке
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2023
Институт / факультет	Факультет машиностроения, металлургии и транспорта
Выпускающая кафедра	кафедра "Технология машиностроения, станки и инструменты"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	396 / 11
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Зачет, Экзамен

Самара 2023

Б1.О.02.01 «Математика»

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) **15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств**, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от № 1044 от 17.08.2020 и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

Доцент, кандидат физико-математических наук, доцент	С.Н Кубышкина
(должность, степень, ученое звание)	(ФИО)
Заведующий кафедрой	В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор
	(ФИО, степень, ученое звание)

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методического совета факультета / института (или учебно-методической комиссии)	В.А Дмитриев, кандидат технических наук, доцент
	(ФИО, степень, ученое звание)
Руководитель образовательной программы	А.Ф. Денисенко, доктор технических наук, профессор
	(ФИО, степень, ученое звание)
Заведующий выпускающей кафедрой	Р.Г. Гришин, кандидат технических наук, доцент
	(ФИО, степень, ученое звание)

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы 4
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся 4
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий 5
4.1 Содержание лекционных занятий 6
4.2 Содержание лабораторных занятий 10
4.3 Содержание практических занятий 11
4.4. Содержание самостоятельной работы 15
5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю) 17
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения 18
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем 18
8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) 18
9. Методические материалы 19
10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) 20

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	Уметь Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи
		УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	Уметь Использовать системный подход для решения поставленных задач

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы: **базовая часть**

Код компетенции	Предшествующие дисциплины	Параллельно осваиваемые дисциплины	Последующие дисциплины
УК-1		История науки и техники; Теоретическая механика; Теория механизмов и машин; Учебная практика: проектная практика; Физика; Химия	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы; Практико-ориентированный проект; Социология и право; Учебная практика: проектная практика

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов / часов в электронной форме	1 семестр часов / часов в электронной форме	2 семестр часов / часов в электронной форме	3 семестр часов / часов в электронной форме

Аудиторная контактная работа (всего), в том числе:	208	96	96	16
Лекции	104	48	48	8
Практические занятия	104	48	48	8
Внеаудиторная контактная работа, КСР	11	5	5	1
Самостоятельная работа (всего), в том числе:	114	52	43	19
выполнение задач, заданий, упражнений (в том числе разноуровневых)	61	26	26	9
выполнение расчетно-графических работ	22	12	10	0
подготовка к практическим занятиям	21	14	7	0
подготовка к зачету	10	0	0	10
Контроль	63	27	36	0
Итого: час	396	180	180	36
Итого: з.е.	11	5	5	1

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы				
		ЛЗ	ЛР	ПЗ	СРС	Всего часов
1	Линейная алгебра	6	0	10	8	24
2	Теория вероятностей	6	0	6	10	22
3	Математическая статистика	2	0	2	9	13
4	Векторная алгебра	6	0	4	8	18
5	Аналитическая геометрия	6	0	8	4	18
6	Введение в математический анализ	14	0	12	14	40
7	Дифференциальное исчисление	16	0	14	18	48
8	Интегральное исчисление	16	0	18	18	52
9	Дифференциальные уравнения	18	0	18	15	51
10	Ряды	14	0	12	10	36
	КСР	0	0	0	0	11
	Контроль	0	0	0	0	63
	Итого	104	0	104	114	396

4.1 Содержание лекционных занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема лекции	Содержание лекции (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
1 семестр				
1	Линейная алгебра	Тема 1.1	Определители 2 и 3 порядков. Основные свойства, минор и алгебраическое дополнение. Понятие об определителе n-порядка и его вычисление. Системы линейных уравнений. Метод Крамера.	2
2	Линейная алгебра	Тема 1.2	Матрицы. Их виды. Алгебра матриц. Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы	2
3	Линейная алгебра	Тема 1.3	Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса.	2
8	Векторная алгебра	Тема 2.1	Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Базис в пространстве, орты, декартова система координат. Ска-лярное произведение. Свойства и вычисление.	2
9	Векторная алгебра	Тема 2.2	Векторное произведение. Свойства и вычисление. Геометри-ческий и механический смысл векторного произведения. Условия коллинеарности векторов. Смешанное произведение. Свойства и вычисление. Компланарность векторов.	2
10	Векторная алгебра	Тема 2.3	Линейное пространство. Линейная зависимость системы век-торов. Базис и размерность линейного пространства. Разложе-ние вектора по базису.	2
11	Аналитическая геометрия	Тема 3.1	Уравнение плоскости, проходящей через данную точку с за-данным вектором нормали. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.	2
12	Аналитическая геометрия	Тема 3.2	Прямая в пространстве и на плоскости. Векторное, канониче-ские и параметрические уравнения прямой. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.	2
13	Аналитическая геометрия	Тема 3.3	Кривые второго порядка. Канонические уравнения кривых второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.	2

14	Введение в математический анализ	Тема 4.1	Числовые функции одной и нескольких переменных, вектор-функция скалярного аргумента. Числовая последовательность и ее предел.	2
15	Введение в математический анализ	Тема 4.2	Определение метрического пространства. Предел отображения. Предел функции одной и нескольких переменных.	2
16	Введение в математический анализ	Тема 4.3	Понятие евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные векторы. Теоремы об ортогональности	2
17	Введение в математический анализ	Тема 4.4	Понятие бесконечно больших и бесконечно малых величин, их свойства. Простейшие свойства пределов. Сравнение бес-конечно малых и бесконечно больших величин. Выделение главной части бесконечно малых и бесконечно больших.	2
18	Введение в математический анализ	Тема 4.5	Предельный переход в неравенстве. Признаки существования пределов. Первый и второй замечательные пределы.	2
19	Введение в математический анализ	Тема 4.6	Непрерывность отображения и числовой функции одной и не-скольких переменных. Односторонние пределы функции в точке.	2
20	Введение в математический анализ	Тема 4.7	Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.	2
21	Дифференциальное исчисление	Тема 5.1	Дифференциал отображения. Дифференциал и производная функции одной переменной. Сводка формул дифференциро-вания.	2
22	Дифференциальное исчисление	Тема 5.2	Вычисление производных и дифференциалов сложных функций нескольких переменных.	2
23	Дифференциальное исчисление	Тема 5.3	Вычисление производных неявных функций одной и нескольких переменных.	2
24	Дифференциальное исчисление	Тема 5.4	Производные и дифференциалы высших порядков для числовой функции одной переменной.	2
25	Дифференциальное исчисление	Тема 5.5	Частные производные и полные дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.	2
26	Дифференциальное исчисление	Тема 5.6	Свойства функций, дифференцируемых на интервале (теоремы Ролля, Коши, Лагранжа). Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.	2

27	Дифференциальное исчисление	Тема 5.7	Формула Тейлора для числовой функции одной переменной. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Пеано. Представление некоторых функций по формуле Тейлора.	2
28	Дифференциальное исчисление	Тема 5.8	Приложение формулы Тейлора к исследованию функций. Воз-растание и убывание. Экстремумы функций. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования и построения графиков числовой функции одной переменной.	2
			Итого за семестр:	**48**
2 семестр				
29	Интегральное исчисление	Тема 6.1	Первообразная и неопределенный интеграл. Оператор интегрирования и его свойства. Таблица основных формул интегрирования.	2
30	Интегральное исчисление	Тема 6.2	Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям	2
31	Интегральное исчисление	Тема 6.3	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям.	2
32	Интегральное исчисление	Тема 6.4	Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.	2
33	Интегральное исчисление	Тема 6.5	Геометрическая интерпретация двойных интегралов. Вычисление двойных интегралов в декартовой и полярной системах координат. Замена переменных в кратных интегралах	2
34	Интегральное исчисление	Тема 6.6	Вычисление тройных интегралов в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат. Замена переменных в кратных интегралах.	2
35	Интегральное исчисление	Тема 6.7	Вычисление криволинейных интегралов I и II рода. Независимость криволинейного интеграла от формы кривой интегрирования.	2
36	Интегральное исчисление	Тема 6.8	Понятие интеграла по мере. Приложения интеграла по мере в геометрии и механике: площадь плоской фигуры, площадь поверхности, объем тела, масса тела, статические моменты и центр тяжести, моменты инерции.	2

37	Дифференциальные уравнения	Тема 7.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Понятие об особом решении. Задача Коши для дифференциальных уравнений первого порядка. Геометрическое толкование дифференциальных уравнений первого порядка и его решений. Уравнения с разделяющимися переменными.	2
38	Дифференциальные уравнения	Тема 7.2	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Уравнение Бернулли. Интегрирование дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.	2
39	Дифференциальные уравнения	Тема 7.3	Уравнения высших порядков. Задача Коши. Интегрирование дифференциальных уравнений, допускающих понижение по-рядка.	2
40	Дифференциальные уравнения	Тема 7.4	Примеры физических и технических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.	2
41	Дифференциальные уравнения	Тема 7.5	Комплексные числа: определение, действия над комплексными числами.	2
42	Дифференциальные уравнения	Тема 7.6	Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	2
43	Дифференциальные уравнения	Тема 7.7	Структура решения линейного неоднородного дифференциального уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида.	2
44	Дифференциальные уравнения	Тема 7.8	Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) интегрирования линейных дифференциальных уравнений n-го порядка.	2
45	Дифференциальные уравнения	Тема 7.9	Уравнение Эйлера. Системы дифференциальных уравнений, методы их решения.	2
46	Ряды	Тема 8.1	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости ряда. Простейшие действия над рядами: умножение на число, сложение и вычитание.	2
47	Ряды	Тема 8.2	Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.	2
48	Ряды	Тема 8.3	Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.	2

49	Ряды	Тема 8.4	Функциональные ряды, область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.	2
50	Ряды	Тема 8.5	Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Теоремы: о непрерывности суммы, о почленном интегрировании и дифференцировании функциональных и степенных рядов.	2
51	Ряды	Тема 8.6	Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Достаточные условия разложения функции в ряд Тейлора. Разложение по степеням элементарных функций.	2
52	Ряды	Тема 8.7	Приложения рядов: вычисление значений функции, интегралов, решение ДУ.	2
			Итого за семестр:	**48**
3 семестр				
4	Теория вероятностей	Тема 9.1	Предмет теории вероятностей. Основные понятия и определения. Статистическое определение вероятности. Пространство элементарных событий, действия над событиями. Примеры. Классическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Теоремы сложения. Примеры	2
5	Теория вероятностей	Тема 9.2	Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формула Байеса.	2
6	Теория вероятностей	Тема 9.3	Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Функция распределения и ее свойства. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения и ее свойства.	2
7	Математическая статистика	Тема 10.1	Задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Статистическая функция распределения. Гистограмма, полигон	2
			Итого за семестр:	**8**
			Итого:	**104**

4.2 Содержание лабораторных занятий

Учебные занятия не реализуются.

4.3 Содержание практических занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема практического занятия	Содержание практического занятия (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
1 семестр				
1	Линейная алгебра	Тест по школьному курсу	Тест по школьному курсу. Решение уравнений и неравенств. Алгебраические выражения и многочлены. Функции и графики. Элементы математического анализа. Прогрессии.	2
2	Линейная алгебра	Тема 1.1	Вычисление определителей. Свойства определителей. Решение систем линейных уравнений методом Крамера	2
3	Линейная алгебра	Тема 1.2	Действия с матрицами: сложение, вычитание, умножение матриц на число, умножение матриц.	2
4	Линейная алгебра	Тема 1.3	Нахождение обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.	2
5	Линейная алгебра	Тема 1.4	Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	2
10	Векторная алгебра	Тема 2.1	Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов.	2
11	Векторная алгебра	Тема 2.2	Векторное и смешанное произведение векторов. Условие компланарности векторов.	2
12	Аналитическая геометрия	Тема 3.1	Плоскость в пространстве. Условия параллельности, перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями.	2
13	Аналитическая геометрия	Тема 3.2	Прямая на плоскости и в пространстве. Виды уравнения прямой на плоскости. Виды уравнения прямой в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.	2
14	Аналитическая геометрия	Тема 3.3	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.	2
15	Аналитическая геометрия	Контрольная работа №1	КР №1. «Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия в пространстве»: вычисление определителей; действия с матрицами; решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера, методом Гаусса; линейные операции с векторами; произведения векторов; разложение вектора по базису; прямая и плоскость в пространстве.	2

16	Введение в математический анализ	Тема 4.1	Вычисление пределов. Неопределенности вида	2
17	Введение в математический анализ	Тема 4.2	Вычисление пределов. Неопределенности вида	2
18	Введение в математический анализ	Тема 4.3	Вычисление пределов. Неопределенности вида	2
19	Введение в математический анализ	Тема 4.4	Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых величин.	2
20	Введение в математический анализ	Тема 4.5	Первый и второй замечательные пределы.	2
21	Введение в математический анализ	Тема 4.6	Непрерывность числовой функции одной переменной. Точки разрыва и их классификация	2
22	Дифференциальное исчисление	Тема 5.1	Вычисление производных числовой функции одной переменной. Вычисление производной функции, заданной параметрически.	2
23	Дифференциальное исчисление	Тема 5.2	Вычисление частных производных и полного дифференциала функции нескольких переменных.	2
24	Дифференциальное исчисление	Тема 5.3	Вычисление производной сложной функции, одной и нескольких переменных.	2
25	Дифференциальное исчисление	Тема 5.4	Вычисление производных неявных функций одной и нескольких переменных. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков одной и нескольких переменных.	2
26	Дифференциальное исчисление	Тема 5.5	Устранение неопределенностей с помощью правила Лопиталя	2
27	Дифференциальное исчисление	Контрольная №2	КР №2. «Производные и дифференциалы функции одной и нескольких переменных»: вычисление производных числовых функций одной переменной; вычисление частных производных и полного дифференциала функции нескольких переменных; вычисление производной сложной функции; вычисление производных неявных функций; вычисление производных и дифференциалов высших порядков.	2
28	Дифференциальное исчисление	Тема 5.6	Исследование функций и построение графиков. Возрастание и убывание функции. Выпуклость, вогнутость функции. Асимптоты.	2
			Итого за семестр:	**48**
2 семестр				
29	Интегральное исчисление	Тема 6.1	Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование.	2

30	Интегральное исчисление	Тема 6.2	Интегрирование с помощью замены переменной. Интегрирование по частям.	2
31	Интегральное исчисление	Тема 6.3	Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование рациональных дробей.	2
32	Интегральное исчисление	Тема 6.4	Интегрирование тригонометрических функций.	2
33	Интегральное исчисление	Тема 6.5	Вычисление определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.	2
34	Интегральное исчисление	Тема 6.6	Несобственные интегралы 1 и 2 рода. Вычисление и оценки несобственных интегралов.	2
35	Интегральное исчисление	Тема 6.7	Вычисление кратных интегралов в декартовой системе координат. Вычисление кратных интегралов в полярной системе координат. Вычисление кратных интегралов в цилиндрической и сферической системах координат.	2
36	Интегральное исчисление	Тема 6.8	6 Вычисление криволинейных интегралов по длине дуги. Вычисление криволинейных интегралов по координатам.	2
37	Интегральное исчисление	Контрольная работа №3	КР №3. «Интегрирование»: непосредственное интегрирование; интегрирование с помощью замены переменных; интегрирование по частям; интегрирование тригонометрических функций; интегрирование рациональных дробей, вычисление опре-деленного интеграла, замена переменной в определенном интеграле; интегрирование по частям в определенном интеграле.	2
38	Дифференциальные уравнения	Тема 7.1	Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными. Решение однородных дифференциальных уравнений I порядка.	2
39	Дифференциальные уравнения	Тема 7.2	Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Уравнения Бернулли.	2
40	Дифференциальные уравнения	Тема 7.3	Решение уравнений в полных дифференциалах. Нахождение интегрирующего множителя.	2
41	Дифференциальные уравнения	Тема 7.4	Дифференциальные уравнения высших порядков. Методы понижения порядка для решения дифференциальных уравнений высших порядков.	2

42	Дифференциальные уравнения	Тема 7.5	Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.	2
43	Дифференциальные уравнения	Тема 7.6	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью специального вида.	2
44	Дифференциальные уравнения	Тема 7.7	Метод вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа) для решения неоднородного дифференциального уравнения II порядка.	2
45	Дифференциальные уравнения	Тема 7.8	Уравнение Эйлера. Решение систем дифференциальных уравнений.	2
46	Дифференциальные уравнения	Контрольная работа №4	КР №4. «Дифференциальные уравнения»: решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными; решение линейных дифференциальных уравнений; решение уравнений в полных дифференциалах; решение линейных одно-родных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.	2
47	Ряды	Тема 8.1	Числовые ряды с положительными членами. Признаки сходимости: необходимый, сравнения, достаточные. Интегральный признак сходимости ряда.	2
48	Ряды	Тема 8.2	Знакочередующиеся числовые ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.	2
49	Ряды	Тема 8.3	Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.	2
50	Ряды	Тема 8.4	Функциональные ряды. Степенные ряды. Нахождение области сходимости ряда.	2
51	Ряды	Тема 8.5	Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов.	2

52	Ряды	Контрольная работа№5	КР №5. «Ряды»: необходимый признак сходимости числового ряда; достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами; абсолютная и условная сходимости; нахождение области сходимости ряда; разложение функции в ряд Тейлора.	2
			Итого за семестр:	**48**
3 семестр				
6	Теория вероятностей	Тема 9.1	Элементы комбинаторики. Непосредственное вычисление вероятностей	2
7	Теория вероятностей	Тема 9.2	Формула сложения для несовместных событий. Формула сложения вероятностей для любых событий. Формула умножения вероятностей для независимых событий. Формула умножения вероятностей для любых событий	2
8	Теория вероятностей	Тема 9.3	Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2
9	Математическая статистика	Тема 10.1	Генеральная и выборочная совокупность. Полигон и гистограмма. выборочная средняя и выборочная дисперсия	2
			Итого за семестр:	**8**
			Итого:	**104**

4.4. Содержание самостоятельной работы

Наименование раздела	**Вид самостоятельной работы**	**Содержание самостоятельной работы** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	**Количество часов**
1 семестр			
Линейная алгебра	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	Вычисление определителей 2, 3 и 4 порядков. Миноры и алгебраические дополнения. Метод Крамера и Гаусса решения СЛУ. Ранг матри-цы и его вычисление.	8
Векторная алгебра	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	Векторы. Скалярное, векторное и смешанное произведения. Компланарность векторов. Линейное пространство	8
Аналитическая геометрия	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	Прямая на плоскости и в пространстве. Кривые второго порядка	4
Введение в математический анализ	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	Вычисление пределов, первый и второй замечательные пределы. Не-прерывность функции. Точки разрыва и их классификация.	6

Введение в математический анализ	выполнение расчетно-графических работ	Вычисление пределов, первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.	6
Введение в математический анализ	подготовка к практическим занятиям	Вычисление пределов, первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.	2
Дифференциальное исчисление	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	Вычисление производных числовой функции одной переменной. Вычисление производной функций, заданных параметрически. Вычисление частных производных и полного дифференциала функции нескольких переменных. Вычисление производной сложной функции, одной и нескольких переменных.	8
Дифференциальное исчисление	выполнение расчетно-графических работ	Вычисление производных числовой функции одной переменной. Вычисление производной функций, заданных параметрически. Вычисление частных производных и полного дифференциала функции нескольких переменных. Вычисление производной сложной функции, одной и нескольких переменных.	6
Дифференциальное исчисление	подготовка к практическим занятиям	Вычисление производной сложной функции, одной и нескольких переменных.	4
		Итого за семестр:	**52**
2 семестр			
Интегральное исчисление	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	Интегрирование с помощью замены переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование рациональных дробей. Вычисление определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.	8
Интегральное исчисление	выполнение расчетно-графических работ	Основные методы интегрирования	10
Дифференциальные уравнения	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ 1 порядка. Линейные ДУ 1 порядка. ДУ высших порядков. ЛОДУ и ЛНДУ. Метод Лагранжа интегрирования линейных уравнений.	10
Дифференциальные уравнения	подготовка к практическим занятиям	ЛОДУ и ЛНДУ. Метод Лагранжа интегрирования линейных уравнений.	5
Ряды	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	Признаки сходимости положительных рядов. Знакочередующиеся и знакопеременные ряды. Функциональные и степенные ряды.	8

Ряды	подготовка к практическим занятиям	Знакочередующиеся и знакопеременные ряды. Функциональные и степенные ряды.	2
		Итого за семестр:	**43**
3 семестр			
Теория вероятностей	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	непосредственное вычисление вероятностей, элементы комбинаторики, сложение и умножение вероятностей, вычисление полной вероятности, формула Байеса	6
Теория вероятностей	подготовка к зачету	подготовка к зачету по всем пройденным темам	4
Математическая статистика	выполнение заданий, задач, упражнений(в том числе многоуровневых)	генеральная и выборочная совокупность, полигон и гистограмма, выборочная средняя и выборочная дисперсия	6
Математическая статистика	подготовка к зачету	подготовка к зачету по всем пройденным темам	3
		Итого за семестр:	**19**
		Итого:	**114**

5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

№ п/п	**Библиографическое описание**	**Ресурс НТБ СамГТУ** (ЭБС СамГТУ, IPRbooks и т.д.)
Основная литература		
1	Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике : учеб. пособие [Текст] .- изд. 5-е, перераб. и доп..- Москва, Лань, 2007.- 688 с.	Книжный фонд
Дополнительная литература		
2	Данко, Павел Ефимович Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для втузов: в 2 ч. : Ч. 1. [Текст] .- 6-е изд..- Москва, ОНИКС: Мир и Образование, 2005.- 304 с.	Книжный фонд
3	Данко, Павел Ефимович Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для втузов: в 2 ч. : Ч. 2. [Текст] .- 6-е изд..- Москва, ОНИКС: Мир и Образование, 2005.- 416 с.	Книжный фонд
Учебно-методическое обеспечение		
4	Кубышкина, С.Н. Введение в анализ. Дифференцирование функций : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2015.- 59 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||2252	Электронный ресурс
5	Кубышкина, С.Н. Дифференциальные уравнения для технических направлений : практикум / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика .- 2-е изд., испр. и доп..- Самара, 2017.- 68 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||2838	Электронный ресурс

6	Кубышкина, С.Н. Тренировочные тесты по курсу математики. Ч. 1 : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова, Е. А. Тарасова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2018.- 73 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3376	Электронный ресурс
7	Кубышкина, С.Н. Тренировочные тесты по курсу математики. Ч. 2 : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова, Е. А. Тарасова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2019.- 62 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3741	Электронный ресурс
8	Просвиркина , Е.А. Матрицы и определители : практикум / Е. А. Просвиркина , С. Н. Кубышкина; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2014.- 64 с.	Книжный фонд

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование.

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной ин-формационной образовательной среды университета.

№ п/п	Наименование	Производитель	Способ распространения
1	Astra Linux	Русбитех-Астра (Отечественный)	Свободно распространяемое

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование	Краткое описание	Режим доступа
1	Образовательный математический сайт	http://www.exponenta.ru.	Ресурсы открытого доступа
2	"Интернет библиотека" Московского Центра непрерывного математического образования	http://ilib.mccme.ru/	Ресурсы открытого доступа
3	Сайты научно – технической библиотеки ФГБОУ СамГТУ	http://lib.sumgtu.ru/	Ресурсы открытого доступа
4	Электронно-библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/	Российские базы данных ограниченного доступа

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер/ноутбук), учебно-наглядные пособия, тематические иллюстрации)

Практические занятия

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук)

Самостоятельная работа

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и доступом к электронной информационно-образовательной среде СамГТУ: читальный зал НТБ СамГТУ (ауд. 200 корпус №8; ауд. 41,31,34,35, Главный корпус библиотеки, ауд. 83а, 414, 416, 0209 АСА СамГТУ; ауд. 401 корпус №10); компьютерные классы (ауд. 208, 210 корпус №8).

9. Методические материалы

Методические рекомендации при работе на лекции

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т.е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплен в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т.п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы, предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

Конспектирование лекции позволяет обработать, систематизировать и лучше сохранить полученную информацию с тем, чтобы в будущем можно было восстановить в памяти основные, содержательные моменты. Типичная ошибка, совершаемая обучающимся, дословное конспектирование речи преподавателя. Как правило, при записи «слово в слово» не остается времени на обдумывание, анализ и синтез информации. Отбирая нужную информацию, главные мысли, проблемы, решения и выводы, необходимо сокращать текст, строить его таким образом, чтобы потом можно было легко в нем разобраться. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно будет делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. С окончанием лекции работа над конспектом не может считаться завершенной. Нужно еще восстановить отдельные места, проверить, все ли понятно, уточнить что-то на консультации и т.п. с тем, чтобы конспект мог быть использован в процессе подготовки к практическим занятиям, зачету, экзамену. Конспект лекции – незаменимый учебный документ, необходимый для самостоятельной работы.

Методические рекомендации при подготовке и работе на практическом занятии

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

1. ознакомление с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы;
2. проработка конспекта лекции;
3. чтение рекомендованной литературы;
4. подготовка ответов на вопросы плана практического занятия;
5. выполнение тестовых заданий, задач и др.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий и (или) лекций. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. Обучающимся необходимо обращать внимание на основные понятия, алгоритмы, определять практическую значимость рассматриваемых вопросов. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выполнить расчет по заданным параметрам или выработать определенные решения по обозначенной проблеме. Задания могут быть групповые и индивидуальные. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие, или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на лекциях, практических занятиях;
- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.;
- в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств представлен в приложении № 1.

Приложение 1 к рабочей программе дисциплины
Б1.О.02.01 «Математика»

Фонд оценочных средств
по дисциплине
Б1.О.02.01 «Математика»

Код и направление подготовки (специальность)	15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
Направленность (профиль)	Цифровые и сервисные технологии в станкостроении и металлообработке
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2023
Институт / факультет	Факультет машиностроения, металлургии и транспорта
Выпускающая кафедра	кафедра "Технология машиностроения, станки и инструменты"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	396 / 11
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Зачет, Экзамен

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	Уметь Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи
		УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	Уметь Использовать системный подход для решения поставленных задач

Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

Код индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства	Текущий контроль успеваемости	Промежуточная аттестация
Линейная алгебра				
УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к зачету	Нет	Да
УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	Домашние задания	Да	Нет
Ряды				

УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к экзамену	Нет	Да
УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	контрольная работа №5, домашние задания	Да	Нет
Теория вероятностей				
УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к зачету	Нет	Да
УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	Домашние задания	Да	Нет
Математическая статистика				
УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к зачету	Нет	Да
УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	Домашние задания	Да	Нет
Векторная алгебра				
УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к экзамену	Нет	Да
УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	устный опрос, домашние задания	Да	Нет
Аналитическая геометрия				
УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к экзамену	Нет	Да

УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	контрольная работа №1, домашние задания	Да	Нет
Введение в математический анализ				
УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к экзамену	Нет	Да
УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	устный опрос, домашние задания	Да	Нет
Дифференциальное исчисление				
УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к экзамену	Нет	Да
УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	контрольная работа №2, домашние задания	Да	Нет
Интегральное исчисление				
УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к экзамену	Нет	Да
УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	контрольная работа №3, домашние задания	Да	Нет
Дифференциальные уравнения				
УК-1.1 Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**Уметь** Выполнять поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщать результаты анализа для решения поставленной задачи	Вопросы к экзамену	Нет	Да
УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** Использовать системный подход для решения поставленных задач	контрольная работа №4, домашние задания	Да	Нет

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

Формы текущего контроля успеваемости

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине «Математика» осуществляется посредством проверки преподавателем выполненных ими на практических занятиях контрольных работ и решённых в рамках самостоятельной работы индивидуальных домашних заданий. Примеры задач контрольных работ и индивидуальных домашних заданий, сгруппированных по семестрам и разделам дисциплины, приведены ниже.

Семестр 1

Раздел «Линейная и векторная алгебра»

Вариант контрольной работы по теме «Матрицы и определители»

1. Вычислить

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

2. Решить по формулам Крамера систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 8, \\ 3x + y + 2z = 9, \\ -x + y = -1. \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 7 & -3 \\ 13 & 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

4. Решить методом Гаусса-Йордана систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3; \end{cases}$$

5. С помощью теоремы Кронекера-Капелли решить вопрос о совместности системы уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ -x_1 + x_2 = 1, \\ 2x_1 - 5x_2 - 2x_3 = -6, \\ 2x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 12. \end{cases}$$

6. Определить ранг матрицы A, выписать любой её базисный минор и вычислить его, если

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Вариант контрольной работы по теме «Векторы»

1. Даны точки: $A(3,\,0,\,-1)$, $B(2,\,-1,\,-2)$, $C(1,\,-2,\,3)$, $D(4,\,-3,\,5)$. Определить, являются ли векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарными, выяснить, какой из них длиннее. Найти направляющие косинусы вектора $\overrightarrow{AB}$ и орт вектора $\overrightarrow{CD}$.
2. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 4\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - 2\vec{k}$. Вычислить скалярное произведение $\left(2\vec{a} + 3\vec{b}\right)\left(2\vec{a} - \vec{b}\right)$.
3. На векторах $\overrightarrow{AB} = (2,\,-5,\,4)$ и $\overrightarrow{AC} = (6,\,-4,\,4)$ построен параллелограмм. Вычислить его площадь и угол при вершине A.
4. Даны вершины пирамиды: $A(2,\,3,\,0)$, $B(3,\,1,\,-2)$, $C(2,\,-2,\,1)$, $S(1,\,4,\,-2)$. Найти объём этой пирамиды.
5. Определить, компланарны ли векторы $\vec{a} = (2,\,0,\,1)$, $\vec{b} = (9,\,1,\,1)$, $\vec{c} = (1,\,2,\,2)$.

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Вычислить $\lambda A^2 - B^T C$, если

$$\lambda = 2, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 5 & 2 \\ 0 & -4 & -1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ -5 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 5 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

   При умножении матриц подробно расписать получение каждого элемента результирующей матрицы.

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 6 & 2 \\ -2 & 2 & 0 & -3 \\ 4 & 5 & -2 & 6 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

   Указать, при их наличии, выполненные действия со строками или столбцами.

3. Решить систему уравнений методом Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса-Йордана.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 7, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -3, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Даны точки $A(6,\,2,\,1)$, $B(3,\,-5,\,3)$, $C(-2,\,4,\,-2)$, $S(4,\,5,\,8)$.
   1) Построить аксонометрическую проекцию пирамиды $ABCS$.
   2) Определить длину ребра AS.
   3) Вычислить угол между рёбрами AS и SB.
   4) Найти площадь грани ABC.
   5) Вычислить объём пирамиды $ABCS$.

Раздел «Аналитическая геометрия»

Вариант контрольной работы по теме «Аналитическая геометрия»

1. Даны две прямые $\frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+4}{5}$, $\frac{x}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{6}$ и точка $M(-1,\ 2,\ -4)$. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M параллельно каждой из заданных прямых.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат и точки $M(1,\ -4,\ 2)$, $N(4,\ 2,\ 0)$.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3,\ 1,\ -4)$ параллельно плоскости $6x - 2y + 3z - 5 = 0$.

4. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $K(-1,\ 5,\ -3)$, $P(4,\ 2,\ -1)$, и уравнение параллельной ей прямой, проходящей через точку $Q(1,\ 4,\ -3)$.

5. Найти угол между плоскостью $x - 2y + 2z + 3 = 0$ и прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+6}{0}$.

6. Привести уравнение кривой второго порядка $9x^2 + 25y^2 + 54x - 150y + 81 = 0$ к каноническому виду и построить её.

7. Записать в декартовых координатах уравнение линии $r = 4\cos^2 2\varphi$, заданной в полярной системе координат.

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Даны точки $A(6,\ 2,\ 1)$, $B(3,\ -5,\ 3)$, $C(-2,\ 4,\ -2)$, $S(4,\ 5,\ 8)$.

   1) Записать уравнение прямой, которая содержит ребро CS.
   2) Записать уравнения плоскостей, в которых лежат грани ABC и BCS.
   3) Вычислить угол между ребром CS и гранью ABC.
   4) Вычислить угол между гранями ABC и BCS.
   5) Найти расстояние от вершины A до грани BCS.
   6) Записать уравнение плоскости, проходящей через точку S параллельно грани ABC.
   7) Записать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку S перпендикулярно грани ABC

2. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и построить её.

$$9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0.$$

   Вспомогательные построения («старую» систему координат, основный прямоугольник, асимптоты) с чертежа не убирать. Найти эксцентриситет кривой; записать координаты фокусов и уравнения директрис в «новой» системе координат.

Раздел «Введение в математический анализ»

Вариант контрольной работы по теме «Пределы»

Вычислить следующие пределы без применения правил Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - 7x + 10}{8 - x^3}$.

2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1 - \sqrt{3x-2}}{\sqrt[3]{2x-3} + 1}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg}(2x+1)\ln(x+1)}{2^x - 1}$.

4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{x}{x-3}\right)^{7x+2}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos 5x}{x\,(e^x - 1)}$.

6. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{12x^4 + x}{3x^2 + 6x^4}$

Вариант индивидуального домашнего задания

Вычислить следующие пределы без применения правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2+5x-14}$;

б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+6}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2x-5}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1-2x)^9-1}{\ln(\operatorname{tg}6x+1)}$;

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-5}\right)^{\frac{2x^2+3}{8x+1}}$.

Раздел «Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных»

Вариант контрольной работы по теме «Дифференциальное исчисление»

1. Для функции $f(x)=\dfrac{x-e^{2x}}{\sqrt{x}}$ вычислить $f'(1)$.
2. Найти $y'(x)$, если $y(x)=\arccos^2(3x+1)$.
3. Найти $y'(x)$ для функции $\begin{cases}x(t)=\log_2 t,\\ y(t)=2t^2-4t.\end{cases}$
4. Найти $y'(x)$ для неявно заданной функции $y\ln(4x-3y)-x=0$.
5. Дана функция $z(x,y)=x^2\sin y-y\cos^2 x$. Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.
6. Найти точки минимума и максимума функции $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x-1}$.
7. Определить точки перегиба, интервалы выпуклости вверх и вниз кривой, заданной уравнением $f(x)=\frac{1}{12}x^4-\frac{7}{6}x^3+5x^2+x-1$.

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Для следующих функций найти производные и вычислить их значения в точке $x_0=1$:

   а) $f(x)=x\sqrt[3]{x}e^{4x-3}$;

   б) $f(x)=\ln\operatorname{arctg}\sqrt{2x+1}$.

2. При $t=1$ вычислить $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ и $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$ для параметрически заданной функции $\begin{cases}x(t)=t^3-2t+1,\\ y(t)=3t^4+t^3+2.\end{cases}$
3. С помощью логарифмического дифференцирования найти производную функции $y(x)=(x^3+2x)^{\sin 3x}$.
4. Найти производную $y'(x)$ неявно заданной функции $\operatorname{sh}(6x+y)+y\sin(x-3y)=0$.
5. Найти $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+4y\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-8\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z(x,y)=e^{4x+y^2}$.
6. С помощью правила Лопиталя вычислить $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\ln\sin x}{(\pi-2x)^2}$.
7. Выполнить полное исследование функции $y(x)=\dfrac{x^2+3x+18}{x+2}$ и построить эскиз её графика.

Семестр 2

Раздел «Интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных»

Вариант контрольной работы по теме «Неопределённый интеграл»

Найти интегралы.

1. $\int \sqrt{\dfrac{1+\arcsin x}{1-x^2}}\,\mathrm{d}x.$
2. $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)}.$
3. $\int x \lg x\,\mathrm{d}x.$
4. $\int \dfrac{x}{x^2+x-6}\,\mathrm{d}x.$
5. $\int \dfrac{x^2}{(5x+1)\sqrt{5x+1}}\,\mathrm{d}x.$
6. $\int \dfrac{\sin x+1}{\cos^4 x}\,\mathrm{d}x.$

Вариант контрольной работы по теме «Интегральное исчисление»

1. Вычислить интеграл $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \left(x^2+2x+3\right)\sin 2x\,\mathrm{d}x.$
2. С помощью подходящего признака решить вопрос о сходимости интеграла $\int\limits_5^{+\infty} \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2-5x+4}$; в случае если интеграл сходится, то найти его значение по определению.
3. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x+y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, где D — область, ограниченная кривыми $y=x-2$, $y=-(x-3)^2+3$.
4. Вычислить интеграл $\iiint\limits_V x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, где V — пирамида, образованная плоскостями $x=0$, $y=0$, $z=0$, $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{3}=1$.
5. Вычислить интеграл $\int\limits_L y\,\mathrm{d}l$, где L — участок синусоиды $y=\sin x$, $\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\pi$.
6. Вычислить интеграл $\int\limits_L x\,\mathrm{d}x+y\,\mathrm{d}y$, где L — участок эллипса $x=3\cos t$, $y=\sin t$, $0\leqslant t\leqslant\pi$.

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Найти следующие интегралы:

   а) $\int \dfrac{(1-2\operatorname{arctg} x)^2}{1+x^2}\,\mathrm{d}x;$

   б) $\int \left(x^2-1\right)\cos\dfrac{x}{2}\,\mathrm{d}x.$

2. Вычислить интегралы:

   а) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin x}{1+\cos^2 x}\,\mathrm{d}x;$

   б) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (3x+2)\sin 3x\,\mathrm{d}x;$

   в) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\mathrm{d}x}{2\sin x+\cos x+2};$

   г) $\int\limits_0^1 \dfrac{x^3+x^2-5x-1}{x^2+x-6}\,\mathrm{d}x.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4x + 6$, $y = 2x + 1$, $y = 10 - x$ и содержащей точку $A(2,\, 3)$.

4. Вычислить длину дуги кривой

$$\begin{cases} x(t) = e^{2t}(\cos t + \sin t), \\ y(t) = e^{2t}(\cos t - \sin t), \end{cases} \qquad \ln 2 \leqslant t \leqslant \ln 4.$$

5. Найти объём тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x$, $y = 3\sin x$, $x = \frac{\pi}{2}$ $(0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2})$.

6. Непосредственным вычислением решить вопрос о сходимости следующих несобственных интегралов:

а) $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{x^2+4}$; б) $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{ctg} x\,\mathrm{d}x$.

7. Исследовать на сходимость интеграл $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty} \frac{x\sin 2x}{\sqrt[7]{x^{21}+5}}\,\mathrm{d}x$.

8. Вычислить интеграл $\displaystyle\iint\limits_D \left(x^2+y\right)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, где D — область, ограниченная линиями $y = x^2$, $x = y^2$.

Раздел «Комплексная алгебра»

Вариант индивидуального домашнего задания

Даны числа $z = 1 + \sqrt{3}i$, $w = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$. Вычислить:

а) $\operatorname{Re}\dfrac{z}{w}$; б) $\dfrac{z^4}{w^6}$; в) все значения $\sqrt[4]{w}$.

Раздел «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант контрольной работы по теме «Дифференциальные уравнения»

В задачах 1–5 найти общие решения указанных дифференциальных уравнений.

1. $y' - 3y = e^{4x}$,
2. $xy' - y = \sqrt{x^2 - 2y^2}$,
3. $\cos x\cos 2y\mathrm{d}x - 2\sin x\sin 2y\mathrm{d}y = 0$,
4. $(ye^x + 2x)\mathrm{d}x + (e^x + 1)\mathrm{d}y = 0$,
5. $y'' - 3xy' = 0$.
6. Решить задачу Коши: $y'' - 6y' + 9y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4$.
7. Найти общее решение уравнения $y'' + 16y = \sin x$.
8. Для уравнения $y'' + 4y = e^{4x}(x^2+3)\sin 2x$ указать вид частного решения без отыскания неопределённых коэффициентов.

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Найти общие решения уравнений:

   а) $e^{x+3y}\,\mathrm{d}y = x\,\mathrm{d}x$;

   б) $(y - xy')\cos\dfrac{y}{x} = x$;

   в) $y' + y = x\sqrt{y}$;

   г) $\left(\dfrac{2y}{x^3} + y\cos xy\right)\mathrm{d}x + \left(\dfrac{1}{x^2} + x\cos xy\right)\mathrm{d}y = 0$.

2. Решить следующую задачу Коши: $\left(x^2+1\right)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0$.

3. Решить уравнения, допускающие понижение порядка:

   а) $x\left(y''+1\right) + y' = 0$;

   б) $y'' = y'e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$.

4. Решить следующую задачу Коши: $y'' - 2y' + y = -12\cos 2x - 9\sin 2x, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 0$.

Раздел «Ряды»

Вариант контрольной работы по теме «Ряды»

1. Исследовать на сходимость следующие ряды:

   а) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{n^4+n+1}$;

   б) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2n^2-5}$;

   в) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+3)!}{2^n}$;

   г) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7+n}{4n-6}\right)^{2n}$;

   д) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+3)(2n-1)}$;

   е) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2 n}$.

2. Установить характер сходимости ряда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-3)^n}{4^n+1}$.

3. Найти область сходимости ряда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n\sqrt{n+3}}$.

4. Записать первые четыре члена разложения функции $y = x^2\ln x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 1$.

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Исследовать на сходимость ряды:

   а) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{9n^2+3}{\left(3n^3+1\right)(9n+3)}$;

   б) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3^{3n}}{(n+3)!}$;

   в) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n(3n+4)}{(5+2n)(3n+2)}\right)^{3n}$;

   г) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{(n+3)\ln(n+3)}$.

2. Установить характер сходимости рядов:

   а) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{(n+4)4^n}$;

   б) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n(n+2)}{n^2+3n+6}$.

3. Найти область сходимости ряда $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(x-3)^n}{(3n-1)2^n}$.

Формы промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация обучающихся направления подготовки 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов» (профиля «Технологии полимерных, композиционных материалов и защитных покрытий») по дисциплине «Математика» проводится в форме экзамена по билетам. Ниже для каждого семестра приведены примеры билетов и формирующие содержание их составных частей списки тем конспектов лекций, примеры тестовых заданий базового уровня сложности и типовых задач среднего уровня сложности, списки теоретических вопросов.

Семестр 1

Примерная структура билета

САМАРСКИЙ ПОЛИТЕХ
Опорный университет

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

Кафедра прикладной математики и информатики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

по дисциплине **«Математика»**

1. Вопросы по содержанию конспекта лекций.
2. Тест с практическими задачами базового уровня.
3. Решить методом Гаусса систему уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -5, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -6. \end{cases}$$
4. а) Найти производную функции $f(x) = \sqrt{\ln(2x^3 + e)}$ и вычислить её значение в точке $x_0 = 0$.

   б) Найти $y'(x)$ для функции $\begin{cases} x(t) = \cos 2t + t^3, \\ y(t) = \sin t - 1. \end{cases}$

   в) Найти $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ для функции $z(x, y) = x \operatorname{ch} y^2 + y \operatorname{sh} x + y$.
5. Линейная зависимость векторов. Базис и размерность пространства.
6. Производные сложных функций нескольких переменных.

Составил
ст. преп. кафедры ПМиИ Горбунов С. В.
11 марта 2022 г.

Утвердил
зав. кафедрой ПМиИ Радченко В. П.
15 марта 2022 г.

Содержание конспекта лекций первого семестра

1. Понятие матрицы.
2. Линейные операции с матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число). Свойства линейных операций.
3. Произведение матриц, его свойства. Коммутирующие матрицы. Возведение матрицы в натуральную степень.
4. Транспонирование матрицы. Матричный многочлен.
5. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей.
6. Понятия дополнительного минора и алгебраического дополнения. Приёмы вычисления определителя порядка выше третьего. Разложение определителя по строке или столбцу.

7. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
8. Понятие об определителе n-го порядка.
9. Обратная матрица, её нахождение и свойства. Условие существования обратной матрицы. Единственность обратной матрицы.
10. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Решение простейших матричных уравнений.
11. Минор произвольной матрицы. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Элементарные преобразования матрицы.
12. Разрешимость системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее и частное решения системы уравнений. Метод Гаусса-Йордана.
13. Понятие вектора. Линейные операции над векторами (сумма и разность векторов, умножение вектора на действительное число).
14. Скалярное произведение векторов, его вычисление, свойства, приложения в геометрии и механике.
15. Представление вектора в декартовых координатах. Операции над векторами в координатах, длина вектора. Условия коллинеарности и ортогональности векторов.
16. Расстояние между точками. Направляющие косинусы вектора в пространстве. Орт вектора.
17. Векторное произведение векторов, его вычисление, свойства, приложения в геометрии и механике.
18. Смешанное произведение векторов, его вычисление, свойства, приложения в геометрии. Условие компланарности векторов.
19. Разложение вектора по произвольному базису в трёхмерном пространстве.
20. Линейная зависимость векторов. Базис и размерность пространства.
21. Плоскость (векторное, координатное, общее, нормальное уравнения; уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки; уравнение плоскости в отрезках).
22. Расстояние от точки до плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.
23. Углы между плоскостями; условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
24. Прямая в пространстве (векторное, параметрическое, каноническое, общее уравнения; уравнение прямой, проходящей через две заданные точки). Угол между прямой и плоскостью. Угол между прямыми.
25. Декартова и полярная системы координат. Формулы перехода из одной из них в другую.
26. Линии на плоскости (кривая в полярной системе координат, параметрическое задание линии).
27. Прямая на плоскости (уравнение с угловым коэффициентом; общее, каноническое, параметрическое, нормальное уравнения; уравнение прямой в отрезках).
28. Определение эллипса, вывод его канонического уравнения. Фокусы, фокальные радиусы, вершины, директрисы, эксцентриситет эллипса, его построение. Параметрическое уравнение эллипса.
29. Определение гиперболы, её каноническое уравнение. Фокусы, вершины, асимптоты, директрисы, эксцентриситет гиперболы, её построение.
30. Определение параболы, вывод её канонического уравнения. Фокус, директриса, эксцентриситет параболы, её построение.
31. Линия второго порядка и её общее уравнение. Понятие конического сечения. Коническая кривая, её эксцентриситет и директриса.
32. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.
33. Задача транспортной экономики. Военная задача.
34. Поверхности второго порядка (общее уравнение, исследование эллипсоида с помощью метода сечений).
35. Отображения. Примеры отображений.

36. Сложная функция. Основные элементарные и элементарные функции. Примеры элементарных функций (целая и дробная рациональные функции, гиперболические функции). Примеры неэлементарных функций (функция знака, функции Хевисайда и Дирихле).
37. Окрестность точки и предельная точка множества. Предел числовой последовательности.
38. Предел числовой функции одной переменной. Определения (на языке «$\varepsilon - \delta$») пределов функций по Коши: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = l$, $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = l$, $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$. Односторонние пределы.
39. Теорема о предельном переходе в неравенстве (с доказательством). Первый признак существования предела (теорема с доказательством).
40. Первый замечательный предел (теорема с доказательством). Второй замечательный предел.
41. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой величин (с доказательством). Теорема о связи бесконечно малой величины с величиной, имеющей предел (с доказательством). Теорема о связи ограниченной величины с величиной, имеющей предел (с доказательством). Простейшие свойства бесконечно малых.
42. Простейшие свойства пределов (теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух функций).
43. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
44. Свойства эквивалентных бесконечно малых. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
45. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке.
46. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая теорема Больцано-Коши. Вторая теорема Больцано-Коши (с доказательством). Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Теорема о существовании обратной функции.
47. Понятие производной функции одной переменной. Геометрический и физический смыслы производной. Таблица производных. Примеры отыскания производных (функции $y = x^a$, $y = a^x$, $y = \ln x$, $y = \sin x$).
48. Теорема о производной обратной функции. Примеры отыскания производных с её помощью (функции $y = \log_a x$, $y = \arcsin x$, $y = \operatorname{arctg} x$).
49. Формула для приращения функции.
50. Простейшие правила вычисления производных (с доказательством). Производные гиперболических функций.
51. Теорема о производной сложной функции (с доказательством).
52. Дифференцируемость функции. Теорема об условии дифференцируемости (с доказательством).
53. Дифференциал функции одной переменной, его геометрический смысл. Свойства дифференциалов.
54. Инвариантность формы дифференциала. Линеаризация функции.
55. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
56. Производные и дифференциалы высших порядков.
57. Частные производные функции нескольких переменных.
58. Геометрическая интерпретация частных производных.
59. Полное приращение и полный дифференциал функции нескольких переменных.
60. Производные от сложных функций нескольких переменных.
61. Производные неявной функции.
62. Производные и дифференциалы высших порядков для функции нескольких переменных. Теорема Шварца о смешанных производных.
63. Формула Тейлора для функции одной переменной.
64. Формулы Маклорена для некоторых элементарных функций ($y = e^x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = (1 + x)^m$).

65. Правила Лопиталя.
66. Теоремы Лагранжа, Ролля, Коши (с доказательствами). Геометрический смысл теорем Лагранжа и Ролля.
67. Монотонное возрастание и убывание функции. Достаточное условие монотонного возрастания функции (с доказательством).
68. Локальные экстремумы функции одной переменной. Необходимое и достаточные (первое и второе) условия экстремума функции одной переменной.
69. Глобальный экстремум.
70. Выпуклость функции. Достаточное условие выпуклости. Точка перегиба графика функции. Достаточное условие перегиба.
71. Асимптоты графика функции. Нахождение вертикальных, наклонных и горизонтальных асимптот.
72. Общая схема исследования функции. Пример.
73. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
74. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
75. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод множителей Лагранжа.
76. Понятие производной по заданному направлению и её вычисление. Градиент функции и его отыскание.

Пример теста с задачами базового уровня сложности первого семестра

1. Вычислить $A^T \cdot A$, если $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$.

   А) $\begin{bmatrix} 17 & 13 \\ 13 & 18 \end{bmatrix}$; В) $\begin{bmatrix} 17 & -9 \\ -9 & 18 \end{bmatrix}$; Д) $\begin{bmatrix} 17 & 18 \\ -9 & -9 \end{bmatrix}$;

   Б) $\begin{bmatrix} 10 & 10 & 7 \\ 10 & 20 & 8 \\ 7 & 8 & 5 \end{bmatrix}$; Г) $\begin{bmatrix} 10 & -10 & 5 \\ -10 & 20 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{bmatrix}$; Е) $\begin{bmatrix} 10 & 10 & -5 \\ 10 & -20 & 0 \\ -5 & 0 & -5 \end{bmatrix}$.

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ -4 & 5 & -2 \end{vmatrix}$.

3. Для матрицы $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$ найти обратную.

   А) $\begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 12 & -5 \end{bmatrix}$; Б) $\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ -12 & -7 \end{bmatrix}$; В) $\begin{bmatrix} -7 & -3 \\ -12 & -5 \end{bmatrix}$; Г) $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -12 & 5 \end{bmatrix}$; Д) $\begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$; Е) $\begin{bmatrix} 5 & -12 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$.

4. Даны векторы $\vec{a} = (4, -1, -2)$, $\vec{b} = (3, 1, -1)$, $\vec{c} = (2, -8, 4)$. Вычислить $\left(\vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \vec{c}$.

5. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = (3, -2, 1)$, $\vec{b} = (2, 1, 2)$.

   А) $\sqrt{2}$; Б) $2\sqrt{2}$; В) $\sqrt{10}$; Г) $2\sqrt{10}$; Д) $\frac{3\sqrt{10}}{2}$; Е) $3\sqrt{10}$.

6. Указать уравнение плоскости, которая проходит через точку $A(1, -1, 4)$ и перпендикулярна вектору $\overrightarrow{N} = (6, -2, -3)$.

   А) $x - y + 4z + 4 = 0$; В) $x - y + 4z - 16 = 0$; Д) $6x - 2y - 3z - 4 = 0$;

   Б) $x - y + 4z - 4 = 0$; Г) $6x - 2y - 3z + 4 = 0$; Е) $6x - 2y - 3z + 8 = 0$.

7. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(7, 11, -3)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{2} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

А) $\frac{x-4}{7} = \frac{y+5}{11} = \frac{z-1}{-3}$; В) $\frac{x-11}{2} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z-4}{1}$; Д) $\frac{x-7}{2} = \frac{y-11}{-3} = \frac{z+3}{1}$;

Б) $\frac{x+4}{7} = \frac{y-5}{11} = \frac{z+1}{-3}$; Г) $\frac{x-7}{4} = \frac{y-11}{-5} = \frac{z+3}{1}$; Е) $\frac{x+7}{2} = \frac{y+11}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

8. Определить декартовы координаты точки $M(2, \frac{3\pi}{4})$, заданной в полярной системе координат.
А) $(1, -1)$; Б) $(-1, 1)$; В) $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$; Г) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$; Д) $(-1, \sqrt{3})$; Е) $(-\sqrt{3}, 1)$.

9. Установить соответствие между каноническими уравнениями кривых второго порядка и их названиями.

1) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$;
2) $y^2 = \frac{1}{8}x$;
3) $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$;
4) $x^2 = 64y$.

А) Эллипс;

Б) Гипербола;

В) Парабола.

10. Вычислить $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 16}$.

11. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin 6x}{\operatorname{arctg} 3x}$.

12. Для функции $z(x, y) = \sin(3x - y)$ найти $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

А) $-3\sin(3x - y)$; В) $9\sin(3x - y)$; Д) $-\cos(3x - y)$;

Б) $3\sin(3x - y)$; Г) $\cos(3x - y)$; Е) $3x\cos(3x - y)$.

13. Найти точку минимума функции $y(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$.

Примеры задач билетов первого семестра

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$, $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Проверить, коммутируют ли матрицы A и B, если $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 5 & 0 \\ 8 & 5 & 3 & 4 \\ 7 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.

4. Найти ранг матрицы A и указать какой-либо её базисный минор, если

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. Решить матричное уравнение $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 7 & 11 \\ -5 & -4 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$.

6. Решить матричное уравнение $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & -2 & -8 \end{bmatrix}$.

7. Решить вопрос о совместности системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 - 5x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 3, \\ 7x_1 - 5x_2 - 9x_3 + 10x_4 = 8. \end{cases}$

8. Решить по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса-Йордана систему уравнений
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 8, \\ x_1 - 3x_2 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$$

9. Решить методом Гаусса-Йордана систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = -6, \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 = -8. \end{cases}$$

10. Даны точки $A(-1, 5, -10)$, $B(5, -7, 8)$, $C(2, 2, -7)$, $D(5, -4, 2)$. Проверить, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны; установить, какой из них длиннее и во сколько раз; направлены они в одну сторону или в разные?

11. Радиус-вектор точки M составляет с осью Oy угол $\beta = 60°$, а с осью Oz угол $\gamma = 45°$; его длина $|\vec{r}| = 8$. Найти координаты точки M, если её абсцисса отрицательна.

12. Три вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ попарно перпендикулярны, а длины их соответственно равны 2, 3 и 6. Найти длину суммы $\vec{S}$ этих векторов и направляющие косинусы вектора $\vec{S}$.

13. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$ и $\vec{b} = -\vec{\jmath} + 2\vec{k}$.

14. Даны векторы $\vec{a} = (1, -3, 4)$, $\vec{b} = (3, -4, 2)$, $\vec{c} = (-1, 1, 4)$. Найти $\text{пр}_{\vec{b}+\vec{c}}\,\vec{a}$.

15. Даны вершины пирамиды $A(2, 3, -1)$, $B(3, 4, -2)$, $C(2, -2, 1)$, $S(3, 0, 5)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины S на грань ABC.

16. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, построенный на векторах $\overrightarrow{AB} = (4, 3, 0)$, $\overrightarrow{AD} = (2, 1, 2)$ и $\overrightarrow{AA_1} = (-3, -2, 5)$. Найти длину высоты, проведённой из вершины A_1 к грани $ABCD$.

17. Найти прямоугольные координаты точек $A(3, \frac{\pi}{3})$, $B(2, \frac{11\pi}{6})$, $C(4, \frac{4\pi}{3})$, заданных полярными координатами.

18. Найти полярные координаты точек $M(1, \sqrt{3})$, $N(\sqrt{3}, -1)$, $P(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$, $Q(-5, 0)$, заданных прямоугольными координатами.

19. Записать в декартовых координатах уравнение линии $r = a\sin^2 2\varphi$, заданной в полярной системе координат.

20. Записать в полярных координатах уравнение линии $3x^2 - y^2 = (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}$, заданной в декартовой системе координат.

21. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0, -3, 2)$ параллельно плоскости, проходящей через точки $A(0, -2, -1)$, $B(1, -3, 4)$, $C(1, 1, -1)$.

22. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 3, 0)$, $M_2(2, 4, -1)$ перпендикулярно плоскости $x - 2y + 3z - 10 = 0$.

23. Найти расстояние между плоскостями $x + 2y + 3z + 4 = 0$ и $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

24. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $A(7, 2, -9)$ параллельно прямой $\begin{cases} 3x + y + 2z + 5 = 0, \\ x - y + 4z - 8 = 0. \end{cases}$

25. Даны точки $A(1, 5, 2)$, $B(5, 7, -1)$, $C(2, 1, 7)$, $D(6, 4, 2)$. Найти угол между прямыми AB и CD.

26. Найти величину острого угла между прямой $\begin{cases} 2x-y+z-4=0, \\ x+y-z+3=0 \end{cases}$ и плоскостью $2x+2y+z+2=0$.

27. Привести уравнение $9x^2+4y^2-72x+24y+144=0$ кривой второго порядка к каноническому виду, указать её название, вычислить эксцентриситет, построить эту кривую.

28. Составить уравнение эллипса, зная, что его большая полуось равна 10, а фокусы в точках $F_1(-6,\,0)$, $F_2(10,\,0)$.

29. Составить уравнение гиперболы, если её фокусы лежат на оси Oy симметрично относительно начала координат и расстояние между ними равно 10, а длина действительной оси равна 8.

30. Камень, брошенный под углом к горизонту, достиг наибольшей высоты 16 м. Описав параболическую траекторию, он упал в 48 м от точки бросания. На какой высоте находился камень на расстоянии 6 м по горизонтали от точки бросания?

31. Вычислить пределы функций без использования правил Лопиталя.

а) $\lim\limits_{x\to-6}\dfrac{x^2+7x+6}{x^3+6x^2+3x+18}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$; ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5-x}{6-x}\right)^{2x+1}$;

б) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{2-x}-1}{\sqrt{5-x}-2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^6+1}(2x+9)}{(x^2+x+1)(3x^2-4)}$; з) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt[3]{3x-2}}{\sqrt{4x-3}-1}$;

в) $\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{4}{x^2-4}\right)$; е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+4x)}{\sin2x\cos3x}$; и) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{\cos x-1}$.

32. Исследовать на непрерывность функцию $f(x)=\dfrac{x+1}{x-3}$. При наличии точек разрыва указать их род.

33. Подобрать параметр a так, чтобы функция

$$f(x)=\begin{cases} 2x-7, x\leqslant 2 \\ ax^2+1, x>2. \end{cases}$$

была непрерывной.

34. Найти производные функций.

а) $f(x)=\sqrt[5]{x}\arccos x-\dfrac{\log_6 x}{x^2}$, б) $f(x)=\ln\sqrt{\dfrac{1+\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}x}}$, в) $f(x)=e^{\operatorname{sh}^2 5x}$.

35. Используя метод логарифмического дифференцирования, найти производные функций.

а) $y(x)=(\operatorname{tg}x)^{\cos x}$, б) $y(x)=\dfrac{(x^3-2)\sqrt[3]{x-1}}{(x+5)^4}$.

36. Найти производную функции $y(x)$, заданной неявно следующим образом

$$e^{xy}-\cos\left(x^2+y^2\right)=0.$$

37. Найти $y'(x)$, $y''(x)$ для функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x(t)=\cos^3 t, \\ y(t)=\sin^3 t. \end{cases}$$

38. Найти производную функции $f(x)=4x+6\sqrt[3]{x}$ в точке $x_0=8$.

39. Найти y''' для функции $y(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$.

40. Найти дифференциал функции $y=\dfrac{x-2}{x^2+1}$.

41. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln x}{x-1}$, б) $\lim\limits_{x\to0}x^{\operatorname{tg}x}$, в) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$.

42. Найти интервалы монотонности функции $f(x) = (x-2)^2(x+2)$.

43. Найти экстремумы функции $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$.

44. Определить точки перегиба, интервалы выпуклости вверх и вниз кривой

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + x - 1.$$

45. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции

$$f(x) = x^4 - 4x^3 - 48x^2 + 6x - 9.$$

46. Найти асимптоты графика функции $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x^2-9}$.

47. Найти асимптоты кривой $y(x) = \dfrac{x^2+1}{2x+3}$.

48. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ функции $z(x,y) = x^4\cos^2 y - y^4 \sin^3 x^5$.

49. Найти $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ для функции $z(x,y) = \sin(x + \cos y)$.

50. Вычислить производную $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$ функции $u(x,y,z) = \sin(xyz)$ в точке $\left(1,\, 1,\, \frac{\pi}{2}\right)$.

51. Найти полный дифференциал функции $v(u,t) = \operatorname{arctg} \dfrac{u}{t}$.

52. Дана сложная функция $z = \cos(uv)$, $u = xe^y$, $v = y \ln x$. Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

Теоретические вопросы билетов первого семестра

1. Понятие матрицы. Линейные операции с матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число). Свойства линейных операций.
2. Произведение матриц, его свойства. Коммутирующие матрицы. Возведение матрицы в натуральную степень. Матричный многочлен. Транспонирование матрицы, свойства операции транспонирования.
3. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей.
4. Понятия дополнительного минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
5. Обратная матрица, её нахождение и свойства. Условие существования обратной матрицы. Единственность обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Решение простейших матричных уравнений.
6. Минор произвольной матрицы. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Элементарные преобразования матрицы.
7. Разрешимость системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее и частное решения системы уравнений.
8. Понятие вектора. Линейные операции над векторами (сумма и разность векторов, умножение вектора на действительное число).
9. Скалярное произведение векторов, его вычисление, свойства, приложения в геометрии и механике. Проекция вектора на вектор.
10. Представление вектора в декартовых координатах. Операции над векторами в координатах. Отыскание длины вектора и угла между векторами.
11. Расстояние между точками в пространстве. Направляющие косинусы вектора в пространстве. Орт вектора.

12. Векторное произведение векторов, его вычисление (вывод формулы в координатной форме), свойства, приложения в геометрии и механике.
13. Смешанное произведение векторов, его вычисление (вывод формулы в координатной форме), свойства, приложения в геометрии.
14. Понятия о коллинеарных и компланарных векторах. Условия коллинеарности, компланарности, ортогональности векторов.
15. Разложение вектора по произвольному базису в трёхмерном пространстве, условие существования такого разложения.
16. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис и размерность пространства.
17. Плоскость, её векторное, координатное, общее и нормальное уравнения.
18. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, и уравнение плоскости в отрезках. Углы между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Формула отыскания расстояния от точки до плоскости.
19. Прямая в пространстве, её векторное, параметрическое, каноническое, общее уравнения; уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямой и плоскостью. Угол между прямыми.
20. Полярная система координат, её связь с декартовой (формулы перехода из одной из них в другую). Координатные линии этих систем.
21. Линии на плоскости. Задание линий в декартовой и полярной системах координат, а также с помощью параметра. Изучение геометрических свойств линий алгебраическими методами.
22. Прямая на плоскости, её общее, каноническое, параметрическое, нормальное уравнения, уравнение прямой в отрезках, уравнение с угловым коэффициентом.
23. Определение эллипса, вывод его канонического уравнения.
24. Эллипс, его фокусы, фокальные радиусы, вершины, директрисы, эксцентриситет, построение. Параметрическое уравнение эллипса.
25. Определение гиперболы, её каноническое уравнение. Фокусы, вершины, асимптоты, директрисы, эксцентриситет гиперболы, её построение.
26. Определение параболы, вывод её канонического уравнения. Фокус, директриса, эксцентриситет параболы, её построение.
27. Линия второго порядка и её общее уравнение. Понятие конического сечения. Коническая кривая, её эксцентриситет и директриса.
28. Траектория тела, движущегося под действием притяжения другого тела. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.
29. Множества и отображения. Примеры множеств и отображений.
30. Понятие сложной функции. Основные элементарные и элементарные функции. Примеры неэлементарных функций (функция знака, функции Хевисайда и Дирихле).
31. Гиперболические функции: их определения, свойства, графики и производные.
32. Определения окрестности точки, проколотой окрестности, предельной точка множества и предела числовой последовательности.
33. Предел числовой функции одной переменной. Определения (на языке «$\varepsilon - \delta$») пределов функций по Коши: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = l$, $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = l$, $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$. Определения односторонних пределов.
34. Теорема о предельном переходе в неравенстве (формулировка). Первый признак существования предела (теорема с доказательством).
35. Первый замечательный предел (теорема с доказательством). Второй замечательный предел.
36. Определения бесконечно малой, бесконечно большой и ограниченной функций. Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой величин (с доказательством).
37. Теорема о связи бесконечно малой величины с величиной, имеющей предел (с доказательством). Теорема о связи ограниченной величины с величиной, имеющей предел (с доказательством). Простейшие свойства бесконечно малых.

38. Теорема о связи бесконечно малой величины с величиной, имеющей предел (формулировка). Простейшие свойства бесконечно малых. Теорема о пределе суммы и произведения двух функций (с доказательством). Теорема о пределе частного двух функций.
39. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Свойства эквивалентных бесконечно малых. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
40. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация.
41. Свойства функций, непрерывных в точке. Определение непрерывности функции на отрезке.
42. Первая теорема Больцано-Коши. Вторая теорема Больцано-Коши (с доказательством).
43. Формулировки первой и второй теорем Вейерштрасса, теоремы о существовании обратной функции.
44. Определение производной функции одной переменной. Касательная к кривой в точке. Геометрический и физический смыслы производной. Пример отыскания производной функции по определению (на выбор: $y = x^a$, $y = a^x$, $y = \ln x$, $y = \sin x$).
45. Теорема о производной обратной функции (с доказательством). Применение этой теоремы для отыскания производных функций $y = \log_a x$, $y = \arcsin x$, $y = \operatorname{arctg} x$.
46. Формула для приращения функции. Утверждение о связи дифференцируемости функции и её непрерывности.
47. Простейшие правила вычисления производных (с доказательством).
48. Теорема о производной сложной функции (с доказательством).
49. Определение дифференцируемой функции. Теорема об условии дифференцируемости (с доказательством).
50. Дифференциал функции одной переменной, его геометрический смысл. Свойства дифференциалов. Инвариантность формы дифференциала. Линеаризация функции.
51. Определение частной производной первого порядка для функции двух переменных. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
52. Производные от сложных функций нескольких переменных.
53. Производные неявной функции.
54. Производные и дифференциалы высших порядков для функции нескольких переменных. Теорема Шварца о смешанных производных.
55. Формула Тейлора для функции одной переменной.
56. Формулы Маклорена для некоторых элементарных функций ($y = e^x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = (1 + x)^m$).
57. Правила Лопиталя (три теоремы без доказательств).
58. Теоремы Лагранжа и Ролля (с доказательствами), их геометрический смысл. Формулировка обобщённой теоремы о среднем значении (теоремы Коши).
59. Монотонное возрастание и убывание функции. Достаточное условие монотонного возрастания функции (с доказательством). Локальные экстремумы функции одной переменной. Необходимое и достаточные (первое и второе) условия экстремума функции одной переменной.
60. Выпуклость функции. Достаточное условие выпуклости функции. Определение точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия перегиба.
61. Асимптоты графика функции. Нахождение вертикальных, наклонных и горизонтальных асимптот.
62. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
63. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
64. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод множителей Лагранжа.
65. Понятие производной по заданному направлению и её вычисление. Градиент функции и его отыскание.

Семестр 2

Примерная структура билета

САМАРСКИЙ ПОЛИТЕХ
Опорный университет

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

Кафедра прикладной математики и информатики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

по дисциплине **«Математика»** Семестр **2**

1. Вопросы по содержанию конспекта лекций.
2. Тест с практическими задачами базового уровня.
3. Вычислить $\int\limits_L \sqrt{4x^2 + \dfrac{y^2}{4}}\,\mathrm{d}l$, если L — половина эллипса $\begin{cases} x(t) = \cos t, \\ y(t) = 2\sin t, \end{cases} \quad 0 \leqslant t \leqslant \pi.$
4. Решить задачу Коши: $y'' - 4y' + 5y = 2xe^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$
5. Вычисление тройных интегралов в декартовых координатах.
6. Остаток ряда. Критерий Коши сходимости рядов.

Составил
ст. преп. кафедры ПМиИ Горбунов С. В.
11 марта 2022 г.

Утвердил
зав. кафедрой ПМиИ Радченко В. П.
15 марта 2022 г.

Содержание конспекта лекций второго семестра

1. Понятие первообразной функции и неопределённого интеграла.
2. Свойства неопределённого интеграла. Таблица основных интегралов.
3. Интегрирование посредством замены переменной (теорема с доказательством).
4. Интегрирование по частям.
5. Разложение правильной дроби на сумму простейших дробей.
6. Интегрирование простейших дробей 1–3 типов.
7. Понятие определённого интеграла, его геометрический смысл. Классы интегрируемых функций.
8. Свойства определённых интегралов.
9. Теорема о среднем интегрального исчисления (первая), её доказательство и геометрический смысл.
10. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Вычисление определённых интегралов с помощью формул замены переменной и интегрирования по частям.
12. Вычисление площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат.
13. Вычисление длины дуги плоской кривой.
14. Вычисление объёмов и площадей боковых поверхностей тел вращения.
15. Нахождение статических моментов и центра тяжести плоской кривой.
16. Понятие о несобственных интегралах с бесконечными пределами. Эталонный интеграл.
17. Сходимость несобственного интеграла первого рода в случае положительной подынтегральной функции.

18. Сходимость несобственного интеграла первого рода от знакопеременной функции. Понятия абсолютной и условной сходимостей.
19. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
20. Главные значения расходящихся несобственных интегралов.
21. Вычисление массы неоднородного стержня и плоской неоднородной области. Понятие двойного интеграла.
22. Вычисление массы неоднородного тела в трёхмерном пространстве, массы пространственной дуги. Понятия тройного интеграла и криволинейного интеграла по длине дуги.
23. Понятие интеграла по мере области. Теорема существования и единственности значения интеграла по мере области.
24. Геометрическая интерпретация двумерного интеграла. Понятие правильных областей в декартовой системе координат.
25. Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах.
26. Вычисление двойных интегралов в полярных координатах. Якобиан перехода.
27. Вычисление тройных интегралов в декартовых координатах.
28. Цилиндрическая система координат и вычисление в ней тройных интегралов.
29. Сферическая система координат и вычисление в ней тройных интегралов.
30. Геометрические и механические приложения двойных интегралов.
31. Геометрические и механические приложения тройных интегралов.
32. Способы вычисления криволинейных интегралов по длине дуги.
33. Понятие криволинейного интеграла по координатам.
34. Способы вычисления криволинейных интегралов по координатам. Формула Грина.
35. Понятие поля комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексных чисел.
36. Геометрическое изображение и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме, формулы Муавра.
37. Понятие дифференциального уравнения (ДУ), его порядка, общего и частного решений.
38. Задача Коши для ДУ первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка.
39. ДУ с разделяющимися переменными.
40. Понятие однородной функции. Однородные ДУ первого порядка.
41. Линейные ДУ первого порядка и уравнение Бернулли.
42. ДУ в полных дифференциалах.
43. Способы решения допускающих понижение порядка ДУ высших порядков.
44. Линейные ДУ высших порядков. Системы линейно зависимых и линейно независимых функций. Определитель Вронского. Теорема о вронскиане линейно зависимых функций.
45. Теорема (с доказательством) о структуре общего решения линейного однородного ДУ n-го порядка.
46. Решение линейного однородного ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.
47. Теорема (с доказательством) о структуре общего решения линейного неоднородного ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.
48. Решение линейного неоднородного ДУ с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида.
49. Прогрессии.
50. Определение числового ряда и его сходимости. Необходимый признак сходимости ряда.
51. Остаток ряда. Критерий Коши сходимости рядов (с доказательством необходимости).
52. Теоремы (с доказательствами) об умножении ряда на число и сложении рядов.

53. Знакоположительный ряд. Первый признак сравнения (теорема с доказательством). Второй признак сравнения.
54. Признак сходимости Д'Аламбера (с доказательством), радикальный признак Коши.
55. Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши (с доказательством).
56. Знакочередующийся ряд. Формулировка и доказательство достаточного признака сходимости знакочередующегося ряда (признака Лейбница) и следствия из него.
57. Знакопеременный ряд. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда (с доказательством).
58. Абсолютная и условная сходимости. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
59. Функциональный ряд, область его сходимости. Отыскание области сходимости.
60. Степенные ряды. Теорема Абеля о степенных рядах. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.

Пример теста с задачами базового уровня сложности второго семестра

1. Вычислить $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$.
2. Вычислить $\int\limits_0^{\pi} x \sin 2x\,\mathrm{d}x$.
3. Вычислить $\iint\limits_D (x+y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, если $D = \{(x,y) : 0 \leqslant x \leqslant 2,\ 1 \leqslant y \leqslant 3\}$.
4. Вычислить $\int\limits_L xy\,\mathrm{d}l$, если L — отрезок прямой $y = 3x + 2$ от точки $O(0,\,2)$ до точки $A(1,\,5)$.
5. Согласно формуле Грина интеграл $\oint\limits_L P(x,y)\,\mathrm{d}x + Q(x,y)\,\mathrm{d}y$ равен:

   А) $\iint\limits_D \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$; Б) $\iint\limits_D \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$; В) $\iint\limits_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$; Г) $\iint\limits_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.
6. Вычислить $\frac{3+i}{2-i} - i$.
7. Представить в тригонометрической форме число $1 - \frac{i}{\sqrt{3}}$.

   А) $\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$; В) $\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$; Д) $\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$;

   Б) $\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$; Г) $\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$; Е) $\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$.
8. Решить уравнение $y' + y = e^x$.

   А) $y = \frac{e^x}{2} + C$; В) $y = \frac{e^x}{2} + Ce^{-x}$; Д) $y = e^{2x} + Ce^{-x}$;

   Б) $y = xe^x + C$; Г) $y = x\,(e^x + C)$; Е) $y = e^x(x + C)$.
9. Указать уравнения в полных дифференциалах.

   А) $(x + \sin y)\,\mathrm{d}x + (y^2 + x\cos y)\,\mathrm{d}y = 0$; В) $(x\ln y + x^2)\,\mathrm{d}x - \left(\ln y - \frac{x^2}{2y}\right)\mathrm{d}y = 0$.

   Б) $(e^y + ye^x)\,\mathrm{d}x - (xe^y - e^x)\,\mathrm{d}y = 0$;
10. Решить уравнение $y'' + 4y' + 8y = 0$.

    А) $y = e^{-2x}\,(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x)$; Г) $y = e^{4x}\,(C_1\cos 4x + C_2\sin 4x)$;

    Б) $y = e^{2x}\,(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x)$; Д) $y = e^{-4x}\,(C_1 + C_2x)$;

    В) $y = e^{-4x}\,(C_1\cos 4x + C_2\sin 4x)$; Е) $y = e^{4x}\,(C_1 + C_2x)$.
11. Указать, какие из следующих рядов сходятся:

    А) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+2)!}{4^n}$; Б) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n+1)^n}{(n+1)^{2n}}$; В) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{n+3}{3n+2}$; Г) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{3n+2}{2n^3+3}$.

12. Установить характер сходимости рядов $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \dfrac{(-3)^n}{n\,5^n}$, $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \dfrac{(-1)^n}{5n+3}$.

А) Первый ряд сходится абсолютно;
Б) Первый ряд сходится условно;
В) Первый ряд расходится;
Г) Второй ряд сходится абсолютно;
Д) Второй ряд сходится условно;
Е) Второй ряд расходится.

13. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \dfrac{(x-3)^{2n}}{n\,4^n}$.

А) $x \in [1,\,5)$;
Б) $x \in (1,\,5]$;
В) $x \in [1,\,5]$;
Г) $x \in (1,\,5)$;
Д) $x \in (-\infty,\,1] \cup [5,\,+\infty)$;
Е) $x \in (-\infty,\,1) \cup (5,\,+\infty)$.

Примеры задач билетов второго семестра

1. Вычислить интегралы:

а) $\int\limits_{-1}^{0} \dfrac{x}{x^2-3x+2}\,\mathrm{d}x$;
б) $\int\limits_{2}^{3} \dfrac{x+1}{x^2-6x+10}\,\mathrm{d}x$.

2. Вычислить интегралы или установить их расходимость:

а) $\int\limits_{0}^{+\infty} xe^{-x^2}\,\mathrm{d}x$;
б) $\int\limits_{0}^{+\infty} \dfrac{x^2\mathrm{d}x}{x^3+2}$;
в) $\int\limits_{0}^{1} \dfrac{1+\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$;
г) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi^2}{4}} \dfrac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$;
д) $\int\limits_{0}^{1} \dfrac{\arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$.

3. Вычислить $\iint\limits_T \sin(2x-y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, если T — треугольник, ограниченный прямыми $y=2x$, $y=-x$, $x=\frac{\pi}{6}$.

4. Вычислить $\iint\limits_D ye^{2x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, если область D ограничена линиями $y=\sqrt{x}$, $y=0$, $x=1$.

5. Вычислить $\iint\limits_T \cos x^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, если T — треугольник, ограниченный прямыми $y=x$, $y=0$, $x=\sqrt{\frac{\pi}{6}}$.

6. Вычислить $\iiint\limits_V e^{3x}yz\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$, если V — треугольная призма, ограниченная плоскостями $x=0$, $x=1$, $y=1$, $z=0$, $z=2y$.

7. Вычислить $\iiint\limits_V (\sin y+1)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$, если V — треугольная призма, ограниченная плоскостями $x=0$, $y=0$, $y=\pi$, $z=0$, $x+z=1$.

8. Вычислить $\int\limits_L \sqrt{y}\,\mathrm{d}l$, если L — участок параболы $y=x^2$ от точки $O(0,\,0)$ до точки $A(1,\,1)$.

9. Вычислить $\int\limits_L y^2\,\mathrm{d}l$, если L — участок кривой $y=e^x$ от точки $A(0,\,1)$ до точки $B(1,\,e)$.

10. Вычислить $\int\limits_L \sqrt{4x^2+\frac{y^2}{4}}\,\mathrm{d}l$, если L — половина эллипса $\begin{cases} x(t)=\cos t, \\ y(t)=2\sin t, \end{cases} 0\leqslant t\leqslant \pi$.

11. Вычислить $\int\limits_L xy\,\mathrm{d}x-\sin x\,\mathrm{d}y$, если L — участок кривой $y=\cos 2x$ от точки $A(0,\,1)$ до точки $B(\frac{\pi}{4},\,0)$.

12. Вычислить $\int\limits_L y\,\mathrm{d}x-x\,\mathrm{d}y$, если L — арка циклоиды $\begin{cases} x(t)=t-\sin t, \\ y(t)=1-\cos t, \end{cases} 0\leqslant t\leqslant 2\pi$.

13. Вычислить $\int\limits_L xy^2\,\mathrm{d}x+x\,\mathrm{d}y$, если L — четверть эллипса $\begin{cases} x(t)=3\cos t, \\ y(t)=\sin t, \end{cases} 0\leqslant t\leqslant \frac{\pi}{2}$.

14. Решить задачу Коши: $2y'\ln x+\frac{y}{x}=y^{-1}\cos x,\quad y(e)=\sqrt{\sin e}$.

15. Решить задачу Коши: $xy'+y=y^2\ln x,\quad y(1)=\frac{1}{2}$.

16. Решить задачу Коши: $xy'=y+x\cos^2\frac{y}{x},\quad y(1)=0$.

17. Решить задачу Коши: $xy'-y=\dfrac{x^2}{ye^{\frac{y}{x}}},\quad y(1)=1$.

18. Решить задачу Коши: $(\cos 3y+2y\cos 2x)\,\mathrm{d}x+(\sin 2x-3x\sin 3y)\,\mathrm{d}y=0,\quad y(\pi)=0$.

19. Решить задачу Коши: $(2xe^y+ye^x)\,\mathrm{d}x+(2y+x^2e^y+e^x)\,\mathrm{d}y=0,\quad y(-1)=-1$.

20. Решить задачу Коши: $2y''=\frac{y'}{x}+\frac{x^2}{y'},\quad y(1)=\frac{\sqrt{2}}{5},\quad y'(1)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

21. Решить задачу Коши: $y''-\frac{y'}{x}=x\cos x,\quad y(\pi)=2\pi,\quad y'(\pi)=0$.

22. Решить задачу Коши: $yy''=y'+(y')^2,\quad y(-1)=2,\quad y'(-1)=1$.

23. Решить задачу Коши: $y''-4y'+5y=2xe^x,\quad y(0)=0,\quad y'(0)=1$.

24. Решить задачу Коши: $y''-5y'+6y=(12x-7)e^{-x},\quad y(0)=y'(0)=0$.

25. Решить задачу Коши: $y''+6y'+9y=10\sin x,\quad y(0)=y'(0)=0$.

26. Решить задачу Коши: $y''+4y=\sin x,\quad y(0)=y'(0)=1$.

27. Исследовать на сходимость следующие ряды:

а) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(2n+1)!}{(3n-2)!}$; б) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sqrt{n^4+1}}{(n+1)^2}$; в) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(n^2+2)^n}{(2n+1)^{2n}}$; г) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n+2}{2^n}$.

28. Исследовать на сходимость ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{(n+2)\ln^2(n+2)}$.

29. Установить характер сходимости следующих рядов:

а) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\sqrt{n}}{(n+1)^2}$; б) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\cos\pi n}{n+2}$; в) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n(n^3+3)}{(3n+1)^3}$.

30. Найти область сходимости ряда $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(3x+1)^n}{(3n+1)\,4^n}$.

Теоретические вопросы билетов второго семестра

1. Понятие первообразной функции и неопределённого интеграла. Теорема о виде первообразной. Свойства неопределённого интеграла.
2. Интегрирование посредством замены переменной (теорема). Интегрирование по частям. Классы интегралов, вычисляемых с помощью интегрирования по частям.

3. Понятие интегральной суммы и определённого интеграла, его геометрический смысл. Классы интегрируемых по Риману функций.
4. Свойства определённых интегралов, выражаемые равенствами и неравенствами.
5. Теорема о среднем интегрального исчисления (первая), её геометрический смысл.
6. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённых интегралов с помощью формул замены переменной и интегрирования по частям.
7. Вычисление площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат.
8. Вычисление длины дуги плоской кривой.
9. Несобственные интегралы с бесконечными пределами: определения, сходимость, эталонный интеграл.
10. Сходимость несобственного интеграла первого рода в случае положительной подынтегральной функции. Теоремы сравнения.
11. Сходимость несобственного интеграла первого рода от знакопеременной функции. Понятия абсолютной и условной сходимостей.
12. Несобственные интегралы от неограниченных функций: определения, сходимость, эталонные интегралы.
13. Вычисление массы плоской неоднородной области. Понятие двойного интеграла.
14. Вычисление массы неоднородного тела в трёхмерном пространстве. Понятие тройного интеграла.
15. Вычисление массы пространственной дуги. Понятие криволинейного интеграла по длине дуги.
16. Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах.
17. Вычисление тройных интегралов в декартовых координатах.
18. Цилиндрическая система координат и вычисление в ней тройных интегралов.
19. Сферическая система координат и вычисление в ней тройных интегралов.
20. Способы вычисления криволинейных интегралов по длине дуги.
21. Понятие криволинейного интеграла по координатам.
22. Способы вычисления криволинейных интегралов по координатам. Формула Грина.
23. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Действия с комплексными числами в алгебраической форме.
24. Геометрическое изображение и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме, формулы Муавра.
25. Понятие дифференциального уравнения (ДУ), его порядка, общего и частного решений.
26. Задача Коши для ДУ первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка.
27. Теорема о структуре общего решения линейного однородного ДУ n-го порядка. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.
28. Определение числового ряда и его сходимости. Необходимый признак сходимости ряда.
29. Остаток ряда. Критерий Коши сходимости рядов.
30. Знакоположительный ряд. Первый и второй признаки сравнения.
31. Признаки сходимости: Д'Аламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Маклорена-Коши.
32. Знакочередующийся ряд. Достаточный признак сходимости знакочередующегося ряда (признак Лейбница) и следствие из него.
33. Знакопеременный ряд. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютная и условная сходимости.
34. Функциональный ряд, область его сходимости. Отыскание области сходимости.
35. Степенные ряды. Теорема Абеля о степенных рядах. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.

Тесты по компетенциям

по дисциплине Б1.О.02.01 «Математика»
(шифр и наименование дисциплины**)**

№ задания	Содержание задания	Ключ к ответу	Наименование темы РПД	Семестр
ОПК-1 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессионально й деятельности				
1.	**Прочитайте текст вопроса и напишите правильный ответ.** Матрица, полученная из данной заменой каждой ее строки столбцом с тем же номером, называется матрицей … к данной	транспонированной	Линейная и векторная алгебра	1
2.	**Прочитайте текст вопроса и напишите правильный ответ.** Если два вектора перпендикулярны, то скалярное произведение этих векторов равно … .	0	Линейная и векторная алгебра	1
3.	**Прочитайте текст вопроса и выберите правильный ответ.** Составить уравнение плоскости проходящей через точки A(0,2,0), B(1,3,4), C(1,2,-3). а) 3x-7y+z+14=0 б) 2x-5y+2z+14=0 в) 3x-7y+z-4=0 г) x-5y+3z+10=0	а	Аналитическая геометрия	1
4.	**Прочитайте текст вопроса и напишите правильный ответ.** Вычислите. $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^5-x^2+2}{5-x^2+4x^5}$ а)3/4 б) 2/5 в) 1 г) 3/5	а	Введение в математический анализ	1
5.	**Прочитайте текст и дополните фразу.** Геометрический смысл производной …	угловой коэффициент касательной	Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных	1
6.	**Прочитайте текст вопроса и выберите правильный ответ.** Найти производную при x=2, если $y=x^3\ln x$ а) 12ln2+6 б) 4ln2-12 в) 12ln2+4 г) 6ln2+2	в	Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных	1
7.	**Прочитайте текст вопроса и**	а	Интегральное исчисление функции одной	2

№ задания	Содержание задания	Ключ к ответу	Наименование темы РПД	Семестр
	выберите правильный ответ. Найти площадь области D, ограниченной линиями: y=-x2 , y=1-x, x=0 а) 5/6 б) 3/4 в) 2/9 г) 6/7		и нескольких переменных	
8.	**Прочитайте текст вопроса и выберите правильный ответ.** Для вычисления определенных интегралов используют формулу: а) Пифагора б) Лагранжа в) Эйлера г) Ньютона-Лейбница	г	Интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных	2
9.	**Прочитайте текст вопроса и выберите правильный ответ** Найти общий интеграл дифф. уравнения $y' = \frac{y}{x} + 5\cos^2\frac{y}{x}$ а) $tg\frac{y}{x} = 5\ln\|x\| + C$ б) $5tg\frac{y}{x} = \ln\|x\| + C$ в) $tg\frac{y}{x} = 3\ln\|x\| + C$ г) $3tg\frac{y}{x} = \ln\|x\| + C$	а	Обыкновенные дифференциальные уравнения	2
10.	**Прочитайте текст и дополните фразу.** Достаточные признаки сходимости положительных рядов.	признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши	Ряды	2
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач				
11.	**Прочитайте текст вопроса и выберите правильный ответ.** Найти сумму элементов второго столбца матрицы B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix} = B$. а) 5 б) 2 в) 3 г) 9	б	Линейная и векторная алгебра	1
12.	**Прочитайте текст вопроса и установите соответствие.** Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат,	а	Аналитическая геометрия	1

№ задания	Содержание задания	Ключ к ответу	Наименование темы РПД	Семестр
	если мнимая полуось b=2, c=3. а) $(x^2/5)-(y^2/4)=1$ б) $(x^2/25)-(y^2/9)=1$ в) $(x^2/2)-(y^2/3)=1$ г) $(x^2/4)-(y^2/9)=1$			
13.	**Прочитайте текст вопроса и установите последовательность.** Для вычисления расстояния от точки M(x0,y0) до прямой Ax+By+Cz+D=0 необходимо выполнить следующие этапы: 1. Подставить координаты точки в выражение Ax0+By0 +Cz0 +D. 2. Вычислить знаменатель $\sqrt{A^2+B^2+C^2}$. 3. Записать формулу расстояния $d=\frac{\lvert Ax_0+By_0+Cz_0+D\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$. 4. Взять модуль полученного числителя. 5. Определить коэффициенты A, B, C, D из уравнения прямой. Варианты ответов: а) 5, 1, 2, 4, 3 б) 1, 5, 2, 3, 4 в) 5, 1, 4, 2, 3 г) 2, 5, 1, 3, 4	а	Аналитическая геометрия	1
14.	**Прочитайте текст вопроса и установите соответствие.** 1. Значение, к которому неограниченно приближается функция, когда аргумент стремится к некоторой точке (но не обязательно достигает её). 2. Значение, к которому стремится функция при приближении аргумента к точке справа. 3. Точка, в которой функция не определена или её поведение нарушает непрерывность. 4. Значение, к которому стремится функция при приближении аргумента к точке слева. а) Правосторонний предел б) Предел функции в) Точка разрыва г) Левый предел Пример ответа 1а 2б 3в 4г.	1б 2а 3в 4г	Введение в математический анализ	1
15.	**Прочитайте текст и и выберите правильный ответ.** Найти $\left(z'_x+z'_y\right)$ в точке $M(1;1)$. $z=\frac{2y^2}{3\sqrt{x}}+6x^2y$ а) 4 б) 19 в) 18 г) 10	б	Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных	1
16.	**Прочитайте текст вопроса и**	б	Интегральное	2

№ задания	Содержание задания	Ключ к ответу	Наименование темы РПД	Семестр
	выберите правильный ответ. Вычислите интеграл $\int (2x-1)\sin x dx =$ а) 4cosx-(2x-1)cosx+c б) 2sinx-(2x-1)cosx+c в) cosx-(2x-3)sinx+c г) 4sinx+(2x-1)cosx+c		исчисление функции одной и нескольких переменных	
17.	**Прочитайте текст вопроса и выберите правильный ответ.** Найти общее решение дифф. уравнения $y'' + 9y = 0$ а) e^{3x} (c_1+c_2 x) б) e^{3x} (c_1 cosx + $c_2$sinx) в) c_1 cos3x+ c_2 sin3x г) c_1e^{3x} +c_2 x e^{3x}	в	Обыкновенные дифференциальные уравнения	2
18.	**Прочитайте тест и запишите несколько правильных ответов.** Обыкновенное дифференциальное уравнение – это уравнение, связывающее: а) зависимую переменную. б) независимую переменную. в) неизвестную функцию. г) производные.	б в г	Обыкновенные дифференциальные уравнения	2
19.	**Прочитайте текст вопроса и выберите правильный ответ.** Исследовать на сходимость ряды: А) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{5^n}$; Б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+1}$. а) А сх. усл. Б сх. абс.. б) А сх. абс. Б сх. абс. в) А расх. Б расх г) А сх. абс. Б расх.	г	Ряды	2
20.	**Прочитайте текст вопроса и выберите правильный ответ.** Функция f(x)=x разложена на отрезке [-2;2] в тригонометрический ряд Фурье. Этот ряд в точке x=4 сходится к: а) 0 б) -2 в) 1 г) 2	а	Ряды	2

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Учебная дисциплина формирует компетенции в соответствии с талб. 2, процедура оценивания представлена в табл. 3 и реализуется поэтапно:

1-й этап процедуры оценивания: оценивание уровня достижения каждого из запланированных результатов обучения – знаний, умений, владений в соответствии со шкалами и критериями, установленными картами компетенций ОПОП (Приложение 1 ОПОП). Экспертной оценке преподавателя подлежит сформированность отдельных результатов, для оценивания которых предназначена данная оценочная процедура текущего контроля и промежуточной аттестации согласно матрице соответствия оценочных средств результатам обучения (табл.2).

2-й этап процедуры оценивания: интегральная оценка достижения обучающимся запланированных результатов обучения по итогам отдельных видов текущего контроля и промежуточной аттестации.

Таблица 3

Характеристика процедуры промежуточной аттестации по дисциплине

№	Наименование оценочного средства	Периодичность и способ проведения процедуры оценивания	Методы оценивания	Виды выставляемых оценок	Способ учета индивидуальных достижений, обучающихся
1	Устный опрос	Систематически на практических занятиях */ устно*	экспертный	баллы	Журнал учета успеваемости, рабочая книжка преподавателя
2	Домашние задания	Систематически на практических занятиях 6 раз в семестр по окончании изучения каждого раздела */ письменно*	экспертный	баллы	Журнал учета успеваемости, рабочая книжка преподавателя
3	Контрольная работа №1	По окончании изучения разделов 1-3 */ письменно*	экспертный	по пятибальной шкале	Журнал учета успеваемости, рабочая книжка преподавателя
4	Контрольная работа №2	По окончании изучения раздела 5 */ письменно*	экспертный	по пятибальной шкале	Журнал учета успеваемости, рабочая книжка преподавателя

5	Контрольная работа №3	По окончании изучения раздела 6 */ письменно*	экспертный	по пятибальной шкале	Журнал учета успеваемости, рабочая книжка преподавателя
6	Контрольная работа №4	По окончании изучения раздела 7 */ письменно*	экспертный	по пятибальной шкале	Журнал учета успеваемости, рабочая книжка преподавателя
7	Контрольная работа №5	По окончании изучения раздела 8 */ письменно*	экспертный	по пятибальной шкале	Журнал учета успеваемости, рабочая книжка преподавателя
9	Типовой расчет	1 раз в семестр */ письменно*	экспертный	зачет/незачет	Журнал учета успеваемости, рабочая книжка преподавателя
10	Промежуточная аттестация (вопросы к экзамену)	По окончании изучения дисциплины */ устно,письменно*	экспертный	по пятибалльной шкале	Рабочая книжка преподавателя, ведомость, зачетная книжка
11	Промежуточная аттестация (вопросы к зачету)	По окончании изучения дисциплины */ устно,письменно*	экспертный	зачет/незачет	Рабочая книжка преподавателя, ведомость, зачетная книжка

Шкала и процедура оценивания сформированности компетенций

На этапе промежуточной аттестации используется система оценки успеваемости обучающихся, которая позволяет преподавателю оценить уровень освоения материала обучающимися. Критерии оценивания сформированности планируемых результатов обучения представлены в карте компетенции ОПОП.

Форма оценки знаний: оценка - 5 «отлично»; 4 «хорошо»; 3 «удовлетворительно»; 2 «неудовлетворительно». Практические занятия оцениваются: устный опрос, письменные отчеты по балльно-рейтинговой оценке, контрольные работы по пятибалльной шкале, защита типового расчета- «зачет», «незачет».

Шкала оценивания:

«Зачет» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций на 51% и более оценивается не ниже «удовлетворительно» при условии отсутствия критерия «неудовлетворительно». Выставляется, когда обучающийся показывает хорошие знания изученного учебного материала; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемого вопроса; владеет основными терминами и понятиями изученного курса; показывает умение переложить теоретические знания на предполагаемый практический опыт.

«Отлично» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций 86% более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно»: студент показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи повышенной сложности, свободно использовать справочную литературу, делать обоснованные выводы из результатов анализа конкретных ситуаций;

«Хорошо» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций на *71%* и более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно», допускается оценка «удовлетворительно»: обучающийся показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты анализа конкретных ситуаций;

«Удовлетворительно» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций *51%* и более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: обучающийся показал знание основных положений фактического материала, умение получить с помощью преподавателя правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой, знакомство с рекомендованной справочной литературой;

«Неудовлетворительно» «Незачет» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций менее чем *50%* (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: при ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений фактического материала, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.

Ответы и решения обучающихся оцениваются по следующим общим критериям: распознавание проблем; определение значимой информации; анализ проблем; аргументированность; использование стратегий; творческий подход; выводы; общая грамотность.

Соответствие критериев оценивания сформированности планируемых результатов обучения системам оценок представлено в табл. 4

Таблица 4

Интегральная оценка

Критерии	Традиционная оценка	Балльно-рейтинговая оценка
5	5	86 - 100
4	4	71-85
3	3	51-70
2 и 1	2, Незачет	0-50
5, 4, 3	Зачет	51-100

Обучающиеся обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем. Оценка «Удовлетворительно» по дисциплине, может выставляться и при неполной сформированности компетенций в ходе освоения отдельной учебной дисциплины, если их формирование предполагается продолжить на более поздних этапах обучения, в ходе изучения других учебных дисциплин.