**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**
**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**
**«Самарский государственный технический университет»**
**(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)**

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе

_____
(подпись, ФИО)
«____»_____20__ г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

## Теория функций комплексной переменной

| | |
|---|---|
| **УГСН** | 01.00.00 Математика и механика |
| **Направление подготовки (специальность)** | 01.03.02 Прикладная математика и информатика |
| **Квалификация** | *Бакалавр* |
| **Форма обучения** | *Очная* |
| **Год начала подготовки** | *2025* |
| **Объем дисциплины, ч. / з.е. / недели** | *108/3/2* |
| **Образовательные технологии** | *Традиционные* |
| **Форма контроля (промежуточная аттестация)** | *Семестр 1: Экзамен* |
| **Подразделение – разработчик** | *Кафедра "Прикладная математика и информатика"* |

**Самара 2025**

## *Теория функций комплексной переменной*

Разработчик

| |
|---|
| Разработчик РПМ |
| Попов Николай Николаевич |
| Руководитель подразделения |
| Радченко Владимир Павлович |

**СОДЕРЖАНИЕ**

**1. Перечень планируемых результатов обучения по модулю, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 3**

**2. Место модуля в структуре образовательной программы 3**

**3. Объем модуля в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся 4**

**4. Содержание модуля, структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий 5**

4.1. Содержание лекционных занятий 6

4.2. Содержание лабораторных занятия 7

4.3. Содержание практических занятий 8

4.4. Содержание самостоятельной работы 9

**5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по модулю 9**

**6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем 10**

**7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по модулю 10**

**ПРИЛОЖЕНИЕ 11**

**Фонд оценочных средств 11**

**1. Перечень планируемых результатов обучения по модулю, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

*Таблица 1*

| **Наименование категории (группы) компетенций** | **Код и наименование компетенции** | **Код и наименование индикатора достижения компетенции** | **Результаты обучения** (знать, уметь, владеть) |
|---|---|---|---|
| **Универсальные компетенции** | | | |
| Системное и критическое мышление | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач | Уметь применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине комплексный анализ в профессиональной деятельности к решению конкретных задач. |
| **Общепрофессиональные компетенции** | | | |
| Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат, связанный с прикладной математикой и информатикой | Знать основные понятия, факты, концепции, принципы и математический аппарат комплексного анализа связанный с прикладной математикой и информатикой. |
| | | ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач | Уметь выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины комплексный анализ, применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине комплексный анализ в профессиональной деятельности к решению задач. |

***2. Место модуля в структуре образовательной программы***

Модуль входит в Обязательную часть.

Входные требования:

*Предшествующие осваиваемые модули*: Учебная практика: проектная практика, Учебная практика: проектная практика, Физика, Математический анализ, Математическая логика, Алгебра и геометрия, Дискретная математика, Математический анализ (углубленный), Дифференциальные уравнения, Дифференциальная геометрия и тензорная алгебра, Математическое моделирование в естествознании, Дискретная математика; *Последующие осваиваемые модули:* Производственная практика: преддипломная практика, Функциональный анализ, Операционное исчисление, Теория вероятностей и математическая статистика, Уравнения математической физики, Математические основы методов защиты информации, Математические модели механики сплошных сред, Вариационное исчисление, История прикладной математики и информатики, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

**3. Объем модуля в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

*Таблица 3*

| Вид учебной работы | Всего часов | В том числе часов в электронной форме | В том числе часов в форме практической подготовки | Семестр 1 часов/часов в электронной форме/в форме практической подготовки |
|---|---|---|---|---|
| **Аудиторная контактная работа (всего),** в том числе: | **80** | **0** | **0** | **80** |
| лекционные занятия (ЛЗ) | 48 | 0 | 0 | 48 |
| лабораторные работы (ЛР) | 0 | 0 | 0 | 0 |
| практические занятия (ПЗ) | 32 | 0 | 0 | 32 |
| **Внеаудиторная контактная работа, КСР** | **2** | **0** | **0** | **2** |
| **Самостоятельная работа (всего),** в том числе: | **26** | **0** | **0** | **26** |
| Выполнение расчетно-графических работ | *12* | *0* | *0* | *12* |
| Подготовка к практическим занятиям | *14* | *0* | *0* | *14* |
| **ИТОГО: час.** | **108** | **0** | **0** | **108** |
| **ИТОГО: з.е.** | **3.0** | **0.0** | **0.0** | **3.0** |

**4. Содержание модуля, структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

*Таблица 4*

| № раздела | Наименование раздела дисциплины | Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **ЛЗ** | **ЛР** | **ПЗ** | **СРС** | **Всего часов** |
| 1. | Комплексные числа. | 4 | 0 | 4 | 4 | 12 |
| 2. | Функция комплексного переменного. | 4 | 0 | 4 | 4 | 12 |
| 3. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | 12 | 0 | 8 | 4 | 24 |
| 4. | Интегрирование ФКП. | 4 | 0 | 4 | 4 | 12 |
| 5. | Ряды аналитических функций. | 12 | 0 | 4 | 4 | 20 |
| 6. | Теория вычетов. | 8 | 0 | 6 | 4 | 18 |
| 7. | Гармонические функции. | 4 | 0 | 2 | 2 | 8 |
| | **КСР** | | | | | *2* |
| | **Итого:** | *48* | *0* | *32* | *26* | *108* |

### 4.1. Содержание лекционных занятий

*Таблица 4.1*

| № ЛЗ | Наименование раздела | Тема лекции | Содержание лекции (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | Количество часов | Количество часов в электронной форме |
|---|---|---|---|---|---|
| **Семестр 1** | | | | | |
| 1. | Комплексные числа. | Комплексные числа и действия над ними. | Определение комплексного числа. Свойства операций. Геометрическое изображение, модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Понятие инверсии. Операции возведения в целую степень и извлечение корня. | 2 | 0 |
| 2. | Комплексные числа. | Предел последовательности комплексных чисел. | Определение сходящейся последовательности Критерий Коши. Бесконечно удаленная точка. Комплексное число z = ?. Сфера Римана. Стереографические координаты точки. | 2 | 0 |
| 3. | Функция комплексного переменного. | Основные понятия о ФКП. | Геометрические понятия. Понятие ФКП. Предел и непрерывность ФКП. Определение и свойства. | 2 | 0 |
| 4. | Функция комплексного переменного. | Аналитические функции. | Производная ФКП. Дифференцируемость ФКП. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной ФКП. | 2 | 0 |
| 5. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Конформное отображение. | Понятие о конформном отображении. Круговое свойство. Свойство сохранения углов. Необходимое и достаточное условие существования конформного отображения. | 2 | 0 |
| 6. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Целая и дробно-линейная функции. | Целая линейная функция и ее свойства. Дробно-линейная ФКП. Конформность дробно-линейного отображения. Круговое свойство дробно-линейного преобразования. | 2 | 0 |
| 7. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Теоремы о дробно-линейной функции. | Теорема о существовании и единственности дробно-линейного преобразования, переводящего три различные точки расширенной комплексной плоскости z в три различные точки расширенной комплексной плоскости w. Частные случаи дробно-линейного преобразования. | 2 | 0 |
| 8. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Функция Жуковского. | Функция Жуковского и ее свойства. Понятие о точках ветвления. Степенная функция и радикал. | 2 | 0 |
| 9. | Элементарные | Показательна | Показательная функция и ее свойства. | 2 | 0 |

| № ЛЗ | Наименование раздела | Тема лекции | Содержание лекции (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | Количество часов | Количество часов в электронной форме |
|---|---|---|---|---|---|
| | аналитические функции и конформные отображения. | я и логарифмические функции. | Логарифмическая функция, общая степенная и общая показательная функции. | | |
| 10. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Тригонометрические функции. | Тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции. Гиперболические функции. Понятие о Римановой поверхности. | 2 | 0 |
| 11. | Интегрирование ФКП. | Общие сведения об интеграле ФКП. | Интеграл от ФКП и его свойства. Интегральная теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Обобщенная теорема Коши. Интеграл и первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. | 2 | 0 |
| 12. | Интегрирование ФКП. | Интеграл Коши и связанные с ним теоремы. | Интеграл Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля аналитической функции. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Высшие производные аналитической функции. | 2 | 0 |
| 13. | Ряды аналитических функций. | Общие сведения о рядах. | Числовые ряды с комплексными членами. Критерий Коши. Необходимый признак сходимости ряда. Признак абсолютной сходимости ряда. Признаки Коши, Даламбера. | 2 | 0 |
| 14. | Ряды аналитических функций. | Функциональный ряд. | Понятие функционального ряда. Область сходимости. Понятие о равномерной сходимости ряда. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. | 2 | 0 |
| 15. | Ряды аналитических функций. | Степенной ряд. | Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. | 2 | 0 |
| 16. | Ряды аналитических функций. | Ряд Тейлора. | Понятие о ряде Тейлора. Теорема Тейлора. Теорема единственности аналитической функции. | 2 | 0 |
| 17. | Ряды аналитических функций. | Ряд Лорана. | Понятие о ряде Лорана. Теорема Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение аналитических функций в ряд Лорана. | 2 | 0 |
| 18. | Ряды аналитических функций. | Изолированные особые точки. | Классификация и признаки изолированных особых точек аналитических функций. Устранимая особая точка аналитической функции. Полюс. Нули аналитической функции. Связь между нулем и полюсом. Существенно особая точка аналитической функции. Теорема Сохоцкого. | 2 | 0 |
| 19. | Теория вычетов. | Понятие вычета. | Понятие вычета и способы его вычисления. Теорема о вычетах. Вычет в бесконечно удаленной точке. Вычисление интегралов от ФКП с помощью теории вычетов. | 2 | 0 |
| 20. | Теория | Аналитическог | Понятие аналитического продолжения ФКП. | 2 | 0 |

| № ЛЗ | Наименование раздела | Тема лекции | Содержание лекции (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | Количество часов | Количество часов в электронной форме |
|---|---|---|---|---|---|
| | вычетов. | о продолжения ФКП. | Продолжение с действительной оси. Аналитическое продолжение через границу. Продолжение с помощью степенных рядов. Примеры построения аналитического продолжения. | | |
| 21. | Теория вычетов. | Логарифмический вычет. | Понятие логарифмического вычета. Подсчет числа нулей аналитической функции. Теорема Руше. Основная теорема высшей алгебры. | 2 | 0 |
| 22. | Теория вычетов. | Вычисление интегралов с помощью вычетов. | Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов Лемма Жордана и применение ее к вычислению несобственных интегралов. При-меры вычисления несобственных интегралов с помощью теоремы о вычетах. | 2 | 0 |
| 23. | Гармонические функции. | Общие сведения о гармонических функциях. | Понятие гармонической функции. Связь между понятиями гармонической и аналитической функций. Свойства гармонических функций. За-дача Дирихле: постановка и ее решение для круга и полуплоскости методом конформного отображения. | 2 | 0 |
| 24. | Гармонические функции. | Приложения гармонических функций. | Плоское поле и комплексный потенциал. Соленоидальное и потенциональное поля. Решение плоской задачи теории упругости с помощью комплексного потенциала. | 2 | 0 |
| | | | **Итого за семестр:** | *48* | *0* |
| | | | **Итого:** | **48** | **0** |

### 4.2. Содержание практических занятий

*Таблица 4.3*

| № ПЗ | Наименование раздела | Тема практического занятия | Содержание практического занятия (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | Количество часов | Количествочасов в электронной форме | Количество часов в форме практической подготовки |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **Семестр 1** | | | |
| 1. | Комплексные числа. | Комплексные числа и действия над ними. | Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции возведения в целую степень и извлечение корня. | 2 | 0 | *0* |
| 2. | Комплексные числа. | Комплексные числа и действия над ними. | Решение уравнений во множестве комплексных чисел. Построение геометрического места точек в комплексной плоскости. | 2 | 0 | *0* |
| 3. | Функция комплексного перемен ного. | Аналитические функции. | Дифференцируемость ФКП. Аналитические ФКП. Условия Коши-Римана. Определение аналитической функции по ее действительной или мнимой части. | 2 | 0 | *0* |
| 4. | Функция комплексного перемен ного. | Конформное отображение. | Геометрический смысл модуля и аргумента производной ФКП. Простейшие отображения комплексной плоскости. | 2 | 0 | *0* |

| № ПЗ | Наименование раздела | Тема практического занятия | Содержание практического занятия (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | Количество часов | Количествочасов в электронной форме | Количество часов в форме практической подготовки |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Целая линейная функция. | Простейшее конформное преобразование с помощью целой линейной функции. | 2 | 0 | *0* |
| 6. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Дробно-линейная функции. | Дробно-линейное преобразование, отображение с помощью дробно-линейной функции. | 2 | 0 | *0* |
| 7. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Функция Жуковского. | Функция Жуковского, отображение с помощью функции Жуковского областей комплексной плоскости. | 2 | 0 | *0* |
| 8. | Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Показательная и логарифмические функции. | Показательная функция и логарифм. Тригонометрические и гиперболические функции. | 2 | 0 | *0* |
| 9. | Интегрирование ФКП. | Вычисление интегралов. | Интегрирование ФКП. Сведение интеграла от ФКП к криволинейному. Формула Ньютона Лейбница. | 2 | 0 | *0* |
| 10. | Интегрирование ФКП. | Вычисление интегралов по формуле Коши. | Интегральная формула Коши для функции и производных. Вычисление интегралов по замкнутому контуру. | 2 | 0 | *0* |
| 11. | Ряды аналитических функций. | Исследование на сходимость рядов. | Числовые ряды с комплексными членами. Степенные ряды. | 2 | 0 | *0* |
| 12. | Ряды аналитических функций. | Разложение функций в ряд. | Ряды Тейлора и Лорана функций комплексного переменного. | 2 | 0 | *0* |
| 13. | Теория вычетов. | Изолированные особые точки. | Особые точки ФКП и их классификация. Устранимая особая точка. Полюс. Существенно особая точка. | 2 | 0 | *0* |
| 14. | Теория вычетов. | Вычисление вычетов. | Вычеты относительно особых точек аналитической функции. Вычисление интегралов от ФКП с помощью теории | 2 | 0 | *0* |

| № ПЗ | Наименование раздела | Тема практического занятия | Содержание практического занятия (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | Количество часов | Количествочасов в электронной форме | Количество часов в форме практической подготовки |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | вычетов. | | | |
| 15. | Теория вычетов. | Вычисление интегралов с помощью вычетов. | Вычисление несобственных интегралов с помощью теоремы о вычетах. | 2 | 0 | *0* |
| 16. | Гармонические функции. | Приложения гармонических функции. | Гармонические функции. Решение краевых задач при помощи гармонических функций. | 2 | 0 | *0* |
| | | | **Итого за семестр:** | *32* | *0* | *0* |
| | | | **Итого:** | **32** | **0** | ***0*** |

### 4.3. Содержание самостоятельной работы

*Таблица 4.4*

| Наименование раздела | Вид самостоятельной работы | Содержание самостоятельной работы (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | Количество часов |
|---|---|---|---|
| **Семестр 1** | | | |
| Комплексные числа. | Подготовка к практическим занятиям | Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции возведения в целую степень и извлечение корня. Решение уравнений во множестве комплексных чисел. Построение геометрического места точек в комплексной плоскости. | 2 |
| Комплексные числа. | Выполнение расчетно-графических работ | Действия над комплексными числами. Решение уравнений во множестве комплексных чисел. Построение областей на комплексной плоскости. | 2 |
| Функция комплексного переменного. | Подготовка к практическим занятиям | Дифференцируемость ФКП. Аналитические ФКП. Условия Коши-Римана. Определение аналитической функции по ее действительной или мнимой части. | 2 |
| Функция комплексного переменного. | Выполнение расчетно-графических работ | Предел и непрерывность ФКП, геометрический смысл модуля и аргумента производной. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. | 2 |
| Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Подготовка к практическим занятиям | Простейшее конформное преобразование с помощью целой линейной функции. Дробно-линейное преобразование, отображение с помощью дробно-линейной функции. Отображение с помощью функции Жуковского областей комплексной плоскости. Показательная функция и логарифм. | 2 |
| Элементарные аналитические функции и конформные отображения. | Выполнение расчетно-графических работ | Нахождение образа области при заданном отображении. Нахождение функции, отображающую заданную область плоскости Z на заданную область плоскости W. | 2 |
| Интегрирование ФКП. | Выполнение расчетно-графических работ | Вычисление интегралов с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Вычисление интегралов по замкнутому контуру с помощью интегральной формулы Коши. | 2 |
| Интегрирование ФКП. | Подготовка к | Интегрирование ФКП. Сведение интеграла от ФКП к | 2 |

| Наименование раздела | Вид самостоятельной работы | Содержание самостоятельной работы (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | Количество часов |
|---|---|---|---|
| | практическим занятиям | криволинейному. Формула Ньютона Лейбница. Интегральная формула Коши для функции и производных. Вычисление интегралов по замкнутому контуру. | |
| Ряды аналитических функций. | Подготовка к практическим занятиям | Числовые ряды с комплексными членами. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Лорана функций комплексного переменного. Ряды Тейлора и Лорана функций комплексного переменного. | 2 |
| Ряды аналитических функций. | Выполнение расчетно-графических работ | Разложение функций в степенной ряд. Ряд Лорана. | 2 |
| Теория вычетов. | Подготовка к практическим занятиям | Вычеты относительно особых точек аналитической функции. Вычисление интегралов от ФКП с помощью теории вычетов. Вычисление несобственных интегралов с помощью теоремы о вычетах. | 2 |
| Теория вычетов. | Выполнение расчетно-графических работ | Вычисление вычетов в особых точках. Вычисление интегралов с помощью теории вычетов Вычисление несобственных интегралов с помощью теоремы о вычетах. | 2 |
| Гармонические функции. | Подготовка к практическим занятиям | Понятие гармонической функции. Связь между понятиями гармонической и аналитической функций. Свойства гармонических функций. Задача Дирихле: постановка и ее решение для круга и полуплоскости методом конформного отображения. | 2 |
| | | **Итого за семестр:** | *26* |
| | | **Итого:** | **26** |

## 5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по модулю

*Таблица 5*

| № п/п | Библиографическое описание | Ресурс НТБ СамГТУ | Ссылка на ресурс |
|---|---|---|---|
| 1. | Лаврентьев, М.А. Методы теории функций комплексного переменного : учебник / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат .- 6-е изд.,стер..- М., Лань, 2002.- 688 с. | Книжный фонд СамГТУ | http://platform.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu-catalog-58035 |
| 2. | Шабунин, М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : Учеб.пособие / М.И.Шабунин,Е.С.Половинкин,М.И.Карлов.- М., БИНОМ.Лаб.знаний, 2006.- 363 с. | Книжный фонд СамГТУ | http://platform.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu-catalog-101501 |
| 3. | Шабунин, М.И. Теория функций комплексного переменного : Учеб. / М.И.Шабунин,Ю.В.Сидоров.- М., БИНОМ.Лаб.знаний, 2006.- 247 с. | Книжный фонд СамГТУ | http://platform.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu-catalog-21938 |
| 4. | Комплексный анализ : практикум / Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика; сост.: Н. Н. Попов, Г. А. Павлова, С. В. Горбунов.- Самара, 2012.- 50 с. | Электронная библиотека СамГТУ (ЭБС Политех) | http://platform.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu-elib-1829 |

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

## 6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

*Таблица 6*

| № п/п | Наименование | Ссылка на веб-страницу ресурса | Режим доступа |
|---|---|---|---|
| 1. | *ТехЛит.ру [Электронный ресурс]. - Электрон. текстовые, граф., зв. дан., Сайт в сети Интернет* | *http://www.tehlit.ru/* | *Ресурсы открытого доступа* |
| 2. | *УИС РОССИЯ - Университетская информационная система РОССИЯ [Электронный ресурс]. - Электрон. текстовые, граф., зв. дан., Сайт в сети Интернет* | *http://www.cir.ru/* | *Ресурсы открытого доступа* |

## 7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по модулю

**Лекционные занятия** проводятся в:
Учебная аудитория.

**Практические занятия** проводятся в:
Учебная аудитория.

**Самостоятельная работа** проводятся в:
Корпус № 1/125 - Читальный зал
Корпус № 8/200 - Читальный зал (Аудитория на 70 посадочных мест оснащена следующими техническими средствами обучения и оборудованием: учебная мебель, столы учебные.).

**Лабораторные занятия** не предусмотрены.

ПРИЛОЖЕНИЕ

**Фонд оценочных средств**

**Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по модулю**

Настоящий Фонд оценочных средств (ФОС) по модулю Теория функций комплексной переменной является неотъемлемым приложением к рабочей программе модуля. На данный ФОС распространяются все реквизиты утверждения, представленные в рабочей программе модуля.

**1. Перечень оценочных средств**

*Таблица 1*

| № п/п | Оценочное средство | Краткая характеристика оценочного средства | Количество | Представление оценочного средства в ФОС |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Контрольная точка в форме тестирования | Инструмент, с помощью которого преподаватель оценивает степень достижения студентом требуемых знаний, умений, навыков в формате рубежного контроля по итогам изучения разделов. Составление теста включает в себя создание выверенной системы вопросов, собственно процедуру проведения тестирования и способ измерения полученных результатов. | 1 | Спецификация тестов и примеры вариантов тестовых заданий |
| 2 | Расчетно-графическая работа | Практическая работа студента на основании теоретического материала, выполнения расчетов и построения графических моделей. | 1 | Требования к содержанию и оформлению расчетно-графической работы |
| 3 | Контрольная точка в форме контрольной работы | Средство рубежного контроля остаточных знаний и умений, обычно состоящее из нескольких вопросов или заданий, которые студент должен решить, выполнить. | 2 | Пример варианта контрольной работы |

**Раздел 2. Этапы формирования компетенций, соотнесенные с видами оценочных средств**

*Таблица 2*

| Контролируемые разделы модуля | Код и формулировка индикатора компетенции | Результат обучения | Оценочные средства | Номер оценочного средства |
|---|---|---|---|---|
| Функция комплексного переменного. | УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач | Уметь применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине комплексный анализ в профессиональной деятельности к решению конкретных задач. | Контрольная точка в форме контрольной работы | 1 |
| Теория вычетов. | УК-1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач | Уметь применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине комплексный анализ в профессиональной | Контрольная точка в форме контрольной работы | 2 |

| Контролируемые разделы модуля | Код и формулировка индикатора компетенции | Результат обучения | Оценочные средства | Номер оценочного средства |
|---|---|---|---|---|
| | | деятельности к решению конкретных задач. | | |
| Теория вычетов. | ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач | Уметь выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины комплексный анализ, применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине комплексный анализ в профессиональной деятельности к решению задач. | Расчетно-графическая работа | 1 |
| Гармонические функции. | ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат, связанный с прикладной математикой и информатикой | Знать основные понятия, факты, концепции, принципы и математический аппарат комплексного анализа связанный с прикладной математикой и информатикой. | Контрольная точка в форме тестирования | 1 |

### 3. Содержание оценочных средств текущего контроля

| |
|---|
| Оценочное средство 1: |
| Примеры заданий для контрольной точки в форме тестирования приложены к рабочей программе. |
| Оценочное средство 2: |
| Типовой расчет №1 содержит следующие темы: "Комплексные числа", "Функция комплексного переменного", "Элементарные аналитические функции и конформные отображения", "Интегрирование ФКП", "Ряды аналитических функций", "Теория вычетов". Примеры типовых расчетов приложены к рабочей программе. |
| Оценочное средство 3: |
| Контрольная точка в форме контрольной работы №1 содержит следующие задачи: решение уравнений на множестве комплексных чисел, нахождение значение выражения, построение линий на комплексной плоскости, нахождение производной функции. Контрольная точка в форме контрольной работы №2 содержит следующие задачи: отображения, вычисление интеграла по интегральной формуле Коши, вычисление интегралов по теории вычетов, вычислить интеграл по формуле Ньютона-Лейбница, вычисление несобственного интеграла, разложение функции по степеням. Примеры вариантов контрольных работ приложены к рабочей программе. |

### 4. Содержание оценочных средств промежуточной аттестации

Семестр 1:

Вид аттестационного испытания 1: Устное собеседование.

Форма проведения промежуточной аттестации: Экзамен.
Типовые задания: Вопросы к экзамену.

**5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций**

Модуль состоит из набора разделов. Объем учебного раздела раскрывает отдельную (ые) тему(ы) модуля / этап прохождения практики. Модуль разбивается, как правило, на 2-4 раздела в семестр.

Раздел состоит из учебных элементов (дидактических единиц), сгруппированных по темам в рамках раздела. Объем учебного материала учебного элемента раскрывает отдельный вопрос темы. Путем набора соответствующих тем и учебных элементов формируется раздел, содержание которого соответствует запланированным результатам освоения ОП согласно учебному плану.

По каждому разделу устанавливается перечень обязательных видов работы студента, включающий: ответы на теоретические вопросы на семинаре; решение практических задач и выполнение заданий на практических занятиях; выполнение лабораторных работ; выполнение контрольных работ; написание рефератов; участие в коллоквиумах; тестирование по теме (группе тем); другие виды работ, определяемые преподавателем (в соответствии с установленными требованиями балльно-рейтинговой технологии).

Каждый раздел включает определенные формы контроля для оценки уровня усвоения учебного материала и определения рейтинговой оценки качества усвоения учебного материала.

Рейтинговая оценка знаний студентов определяется по 100-балльной шкале в каждом семестре и включает текущий, рубежный и итоговый контроль.

**Накопленный рейтинг** (фиксированная величина по окончании семестра) — это фактический рейтинг по всем освоенным к данному моменту разделам дисциплины, включая их текущий, рубежный и итоговый контроль, составляет N баллов (N – индивидуальная величина, зависящая от проделанной работы студента по дисциплине).

**Проходной рейтинг** (включает текущий контроль, рубежный контроль в семестре и промежуточную аттестацию) — это минимум баллов, набрав который студент будет считаться аттестованным по дисциплине, составляет 60 баллов в семестр по одной дисциплине.

**Пороговый рейтинг** (включает текущий контроль и рубежный контроль в семестре) — это минимальный фактический рейтинг семестрового контроля, набрав который, студент проходит на итоговый контроль, составляет 50% от суммы баллов, которые студент может набрать за текущий контроль и рубежный контроль в течение семестра.

**Текущий контроль** служит для получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания учебной дисциплины. Основное его назначение состоит в осуществлении контроля за всеми видами аудиторной и самостоятельной внеаудиторной деятельности студентов, результаты которого оцениваются в баллах.

**Рубежный контроль** (контрольные точки текущего контроля) проводится после изучения завершенной в смысловом и логическом плане части учебного материала (раздела, модуля). Этот вид контроля позволяет получить информацию о ходе усвоения некоторой совокупности содержательных элементов учебной дисциплины (раздела, модуля) и оценивается в баллах.

**Промежуточный итоговый контроль** (контрольные точки промежуточной аттестации) – курсовой проект, курсовая работа и экзамен, зачет, зачет с оценкой. Итоговый контроль по дисциплине в семестре предназначен для аттестации студента по учебной дисциплине: процедура установления соответствия уровня и качества подготовки студентов системе требований, зафиксированной в ФГОС ВО.

**Распределение баллов рейтинговой оценки между видами контроля**

*Таблица 3*

| Номер семестра | Распределение баллов | | | | | Проходной рейтинг |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Текущий и рубежный контроль | | | Промежуточный итоговый контроль | | |
| | Текущий контроль | Рубежный контроль | Пороговый рейтинг | Курсовая работа/курсовой проект | Зачет/зачет с оценкой/экзамен | |
| 1 | 20 | 40 | 30 | 0 | 40 | 60 |

**Перевод оценок 100-балльной шкалы в оценки промежуточной аттестации**

*Таблица 4*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 100-балльная шкала | 85-100 | 75-84 | 60-74 | 0-59 |
| 5-балльная шкала | Отлично | Хорошо | Удовлетворительно | Неудовлетворительно |
| Бинарная шкала | Зачтено | | | Не зачтено |

Распределение рейтинговых баллов по разделам модуля с указанием применяемых для их начисления оценочных средств представлено в Технологической карте БРТ.

**Технологическая карта БРТ**

*Семестр 1*

| Раздел учебного модуля | Оценочные средства | | | | Итого |
|---|---|---|---|---|---|
| | **Контрольная точка в форме контрольной работы** | **Расчетно-графическая работа** | **Контрольная точка в форме тестирования** | **Экзамен** | |
| Раздел 1 | | | | | |
| ПЗ 1.3 | 0 | | | | 0 |
| ПЗ 1.4 | 10 | | | | 10 |
| Итого по разделу 1 | 10 | | | | 10 |
| Раздел 2 | | | | | |
| ПЗ 2.13 | 0 | 0 | | | 0 |
| ПЗ 2.14 | 0 | 0 | | | 0 |
| ПЗ 2.15 | 10 | 20 | | | 30 |
| Итого по разделу 2 | 10 | 20 | | | 30 |
| Раздел 3 | | | | | |
| ПЗ 3.16 | | | 20 | | 20 |
| Итого по разделу 3 | | | 20 | | 20 |
| Промежуточная аттестация | | | | 40 | 40 |
| Итого | 20 | 20 | 20 | 40 | 100 |

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы.**

**Формы текущего контроля успеваемости**

Темы индивидуальных заданий для выполнения расчетно-графической работы.

1. Действия над комплексными числами.
2. Решение уравнений во множестве комплексных чисел.
3. Построение областей на комплексной плоскости
4. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.
5. Нахождение образа области при заданном отображении.
6. Нахождение функции, отображающую заданную область плоскости Z на заданную область плоскости W.
7. Вычисление интегралов с помощью формулы Ньютона-Лейбница.
8. Вычисление интегралов по замкнутому контуру с помощью интегральной формулы Коши.
9. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Лорана
10. Вычисление вычетов в особых точках.
11. Вычисление интегралов с помощью теории вычетов
12. Вычисление несобственных интегралов с помощью теоремы о вычетах Задания по вариантам приведены на сайте кафедры Прикладная математика и информатика.

**Формы рубежного контроля успеваемости**

Разделы 1-2.

1. Решить уравнение:
$$z^5 - z^4 + 16z - 16 = 0.$$
2. Решить уравнение:
$$z^2 + 2\operatorname{Re} z = 1.$$
3. Построить на комплексной плоскости линию:
$$(z-2)(\bar{z}-2) = 2.$$
4. Найти действительную часть комплексного числа
$$\frac{(1-i)(3+i)}{2+i}.$$
5. Найти производную функции
$$f(z) = x - 2xy + i(x^2 - y^2 + y)$$

Разделы 3-6

1. При помощи функции $w=\dfrac{z-1}{z+i}$ отобразить окружность $|z|=1$ .
2. Вычислить интеграл по интегральной формуле Коши

$$\oint\limits_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{(z-3)(z-1)} .$$

3. Вычислить интеграл по теории вычетов

$$\oint\limits_{|z|=2} \frac{\sin iz}{\left(z-\dfrac{\pi}{2}i\right)^3} dz .$$

4. Вычислить интеграл по формуле Ньютона- Лейбница

$$\int\limits_{-i}^{1-i} \frac{dz}{(z+2i)^2} dz$$

5. Вычислить несобственный интеграл

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\sin x}{x^2-2x+2} dx..$$

6. Разложить по степеням $z-2\pi i$ функцию $f(z)=\dfrac{e^z}{(z-2\pi i)^5}$

**Формы промежуточной аттестации**

Промежуточной аттестацией является экзамен, который проходит в письменной форме, с последующей беседой .

Примерный перечень вопросов к экзамену.

1. Определение комплексного числа. Свойства операций.
2. Геометрическое изображение комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа .
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Понятие инверсии.
4. Операции возведения в целую степень и извлечения корня.
5. Предел последовательности комплексных чисел. Сфера Римана.
6. Геометрические понятия ТФКП.
7. Понятие фкп. Предел и непрерывность ФКП.
8. Дифференцируемость фкп. Условия аналитичности Коши-Римана.
9. Связь аналитических функций с гармоническими.
10. Геометрический смысл модуля и аргумента производной ФКП. Конформные отображения.
11. Целая линейная функция и ее свойства.
12. Дробно-линейная ФКП. Определение, конформность дробно-линейного отображения.
13. Теоремы о тождественном равенстве дробно-линейных преобразований и о суперпозиции дробно-линейных преобразований.

14. Круговое свойство дробно-линейного преобразования.
15. Теорема о существовании и единственности дробно-линейного преобразования, переводящего три различные точки расширенной плоскости $C(z)$ в три различные точки $C(w)$.
16. Частные случаи дробно-линейного отображения.
17. Функция Жуковского: свойства и отображение полярной сетки.
18. Понятие точки ветвления на примере обратной функции к функции Жуковского.
19. Степенная функция $w = z^n$ и радикал $w = \sqrt[n]{z}$.
20. Показательная функция: определение, свойства, отображение декартовой сетки.
21. Логарифмическая функция. Общая степенная и общая показательная функции.
22. Тригонометрические функции, свойства и отображение декартовой сетки. Область однолистности.
23. Гиперболические функции и обратные тригонометрические функции.
24. Интеграл от фкп и его свойства. Теорема об оценке модуля интеграла.
25. Интегральная теорема Коши.
26. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.
27. Принцип максимума аналитической функции.
28. Интегральная формула Коши для производных.
29. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля.
30. Числовые ряды с комплексными членами.
31. Функциональные ряды. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
32. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
33. Ряды Тейлора. Теорема Тейлора.
34. Нули аналитической функции.
35. Теорема единственности аналитической функции.
36. Ряды Лорана. Теорема Лорана.
37. Устранимая особая точка. Существенная особая точка. Теорема Сохоцкого.
38. Полюс. Теоремы о связи полюса и нуля.
39. Понятие вычета и способы его вычисления.
40. Основная теорема о вычетах. Вычет в бесконечно удаленной точке ФКП.
41. Логарифмический вычет. Принцип аргумента.
42. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
43. Лемма Жордана.
44. Вычисление несобственных интегралов от рациональных дробей с помощью теоремы о вычетах.
45. Понятие гармонической функции. Связь между понятиями гармонической и аналитической функций. Свойства гармонических функций.
46. Задача Дирихле: постановка и ее решение для круга и полуплоскости методом конформного отображения.
47. Решение плоской задачи теории упругости с помощью комплексного потенциала.

**Тест по компетенциям**

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Профиль Прикладная математика и информатика**

**дисциплина «Теория функций комплексной переменной»**

Контролируемые компетенции в: УК-1, ОПК-1

| Номер задания | Содержание задания | Ответ на задание | Наименование темы РПД | семестр |
|---|---|---|---|---|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | | | | |
| 1. | Как называется такая форма записи комплексного числа $z = r \cdot (cos\varphi + i \cdot sin\varphi)$?<br>A) Алгебраическая форма<br>B) Тригонометрическая форма<br>C) Показательная форма<br>D) Геометрическая форма | B | Комплексные числа | 5 |
| 2. | Найти модуль комплексного числа $\frac{3-i}{(1-2i)(2+i)}$. | $\frac{\sqrt{10}}{5}$ | Комплексные числа | 5 |
| 3. | Решите уравнение и выберите ответ<br>$\|z\|^2 - 2iz + 2i = 0$<br>**А.** $-1+i$; **Б.** $1+i$; **В.** $-1,5+1,5i$; **Г.** $1-i$; . | Г | Функция комплексной переменной | 5 |
| 4. | Найти образ окружности $\|z-1\| = 1$ при отображении функцией $w = \frac{1}{z}$. | Прямая $\operatorname{Re} w = \frac{1}{2}$ | Элементарные аналитические функции и конформные отображения | 5 |
| 5. | Вычислить интеграл<br>$\oint_{\|z\|=2} \frac{z^2 dz}{(z-3)(z-1)}$. | $-\pi i$ | Интегрирование ФКП | 5 |
| 6. | Для аналитической функции $f(z)$ в односвязной области интеграл $\int_{z_0}^{z} f(\zeta)d\zeta$ не зависит от пути интегрирования. Функция $F(z) = \int_{z_0}^{z} f(\zeta)d\zeta$ называется _____. | первообразной для $f(z)$ в области $D$ | Интегрирование ФКП | 5 |
| 7. | Установите соответствие между действием над степенным рядом и его свойством внутри круга сходимости.<br>Действие:<br>1. Почленное дифференцирование<br>2. Почленное интегрирование<br>3. Сложение/вычитание рядов<br>Свойство/Результат: | 1 - Б<br>2 - А<br>3 - В | Ряды аналитических функций | 5 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | A. Радиус сходимости не меняется<br>Б. Полученный ряд сходится к производной исходной функции<br>В. Результирующий ряд сходится в пересечении кругов сходимости исходных рядов | | | |
| 8. | Какие утверждения о рядах Лорана являются верными? (Выберите правильные варианты)<br>A) Ряд Лорана содержит как положительные, так и отрицательные степени<br>B) Ряд Лорана сходится только в особых точках<br>C) Ряд Лорана применяется для разложения функций в кольце<br>D) Ряд Лорана всегда сходится на всей комплексной плоскости | A, C | Ряды аналитических функций | 5 |
| 9. | Какой формулой можно вычислить вычет в простом полюсе $z_0$, если $f(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$, где $P(z_0) \neq 0,\ Q(z_0) = 0,\ Q'(z_0) \neq 0$?<br>A) $\operatorname*{Res}_{z=z_0} f(z) = P(z_0) \cdot Q'(z_0)$<br>B) $\operatorname*{Res}_{z=z_0} f(z) = \frac{P'(z_0)}{Q'(z_0)}$<br>C) $\operatorname*{Res}_{z=z_0} f(z) = \frac{P(z_0)}{Q'(z_0)}$<br>D) $\operatorname*{Res}_{z=z_0} f(z) = \frac{P'(z_0)}{Q(z_0)}$ | C | Теория вычетов | 5 |
| 10. | Вычислить интеграл по теории вычетов<br>$\oint_{\lvert z\rvert=1,5} \frac{\sin 3zi}{\left(z+\frac{\pi}{3}i\right)^2} dz$ . | **–6**$\pi i$; | Теория вычетов | 5 |

| **Номер задания** | **Содержание задания** | **Ответ на задание** | **Наименование темы РПД** | **семестр** |
|---|---|---|---|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | | | | |
| 1. | Установите соответствие между формой записи комплексного числа и её видом.<br>Форма записи:<br>1. Алгебраическая форма<br>2. Тригонометрическая форма<br>3. Показательная форма<br>Вид:<br>А. $z = r \cdot e^{i\varphi}$<br>Б. $z = a + ib$, где $a, b \in \mathbb{R}$<br>В. $z = r \cdot (cos\varphi + i \cdot sin\varphi)$ | 1 - Б<br>2 - В<br>3 - А | Комплексные числа | 5 |
| 2. | Равенство $\lvert z-i\rvert^2 = 3 + \lvert z\rvert^2$ задает на комплексной плоскости<br>_____ | Прямую $y = -1$ | Комплексные числа | 5 |
| 3. | Условия Коши-Римана являются необходимым и достаточным условием для того, чтобы функция $f(z) = u(x,y) + i \cdot v(x,y)$ была:<br>A) Непрерывной в области | C | Элементарные аналитические функции и | 5 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | B) Интегрируемой по Коши<br>C) Аналитической (дифференцируемой) в области<br>D) Ограниченной на множестве | | конформные отображения | |
| 4. | Функция Жуковского, имеющая вид $w = ½(z + 1/z)$ , конформно отображает внешность единичного круга на всю плоскость _____ . | с разрезом по отрезку действительной оси от –1 до 1 | Элементарные аналитические функции и конформные отображения | 5 |
| 5. | Согласно теореме Лиувилля, если функция $f(z)$ аналитична во всей комплексной плоскости $C$ и ограничена, то<br>A) $f(z)$ является многочленом<br>B) $\lim_{z\to\infty} f(z) = 0$<br>C) $f(z)$ тождественно постоянна<br>D) $f(z)$ имеет хотя бы одну особую точку на бесконечности | C | Интегрирование ФКП | 5 |
| 6. | Установите соответствие между математическим утверждением и его названием.<br>Утверждение:<br>1. $f^{(n)}(z_0) = \frac{n!}{2\pi i}\oint_\Gamma \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z_0)^{n+1}} d\zeta$<br>2. Если $f(z)$ аналитична и $\oint_\Gamma f(z)dz = 0$ для любого контура, то $f(z)$ аналитична<br>3. Если $f(z)$ аналитична и не постоянна, то $\lvert f(z)\rvert$ не достигает максимума во внутренней точке области<br>Название:<br>А. Принцип максимума модуля<br>Б. Интегральная формула Коши для производных<br>В. Теорема Мореры | 1 - Б<br>2 - В<br>3 - А | Интегрирование ФКП | 5 |
| 7. | Какие из перечисленных свойств присущи степенному ряду $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-a)^n$ внутри его круга сходимости? (Выберите правильные варианты)<br>A) Сходится абсолютно<br>B) Сходится только условно<br>C) Его сумма является аналитической функцией<br>D) Его можно почленно дифференцировать бесконечное число раз | A, C, D | Ряды аналитических функций | 5 |
| 8. | Область сходимости степенного ряда в комплексной плоскости - это _____ . | круг с центром в точке, где ряд аналитичен | Ряды аналитических функций | 5 |
| 9. | Чему равен вычет $\underset{z=z_0}{Res} f(z)$, если $z_0$ - устранимая особая точка функции $f(z)$?<br>A) 0<br>B) 1<br>C)$2\pi i$<br>D) $\lim_{z\to z_0} f(z)$ | A | Теория вычетов | 5 |
| 10. | Найти вычеты функции $f(z) = \frac{z+1}{z(e^{2z}+1)}$ в точке $z = 0$ | 0,5 | Теория вычетов | 5 |